Aprender las matemáticas de los egipcios

Ángel Sánchez Rodríguez

2014

Índice

Índice I
Operaciones básicas 51
Adición o suma 51
Sustracción o resta 55
Multiplicación 56
Problema 7 del PMR 59
Problema 8 del PMR 60
Problema 9 del PMR 61
Problema 10 del PMR 61
Problema 11 del PMR 62
Problema 12 del PMR 62
Problema 13 del PMR 62
Problema 14 del PMR 63
Problema 15 del PMR 63
Problema 16 del PMR 64
Problema 17 del PMR 64
Problema 18 del PMR 65
Problema 19 del PMR 65
Problema 20 del PMR 65
Las multiplicaciones en los problemas de reparto 67
Problema 1 del PMR 67
Problema 2 del PMR 67
Problema 3 del PMR 68
Problema 4 del PMR 68
Problema 5 del PMR 69

Problema 6 del PMR 69
Otros problemas que implican multiplicaciones 70
Problema 3 del PMM 71
Una tabla de multiplicar fracciones sencillas 71
Problema 61 del PMR 71
La división 72
Cálculo de inversos 75
Potenciación 77
Radicación 78
Pesos y medidas 81
Medidas de longitud 81
Medidas de superficie 91
Medidas de capacidad y de volumen 93
Medidas para el pesaje de metales 96
Problema 62 del PMR 98
La tablilla de madera de Akhmîm 98
Problemas de reparto de heqats y setjat 102
Problema 47 del PMR 102
Problema 66 del PMR 104
Problema 54 del PMR 105
Problema 55 del PMR 106
Problemas de conversión de heqats en henu 107
Problema 80 del PMR 107
Problema 81 del PMR 108

Operaciones básicas

Conocido el sistema numeral egipcio estudiaremos los procedimientos que utilizaron para operar, las cuatro reglas: suma, resta, multiplicación y división, que nos serán necesarias para afrontar los problemas de los diversos manuscritos, además de la potenciación (elevación al cuadrado) y radicación (raíces cuadradas).

Adición o suma

Es una operación fundamental, base de otras como la multiplicación y la división. El sistema aplicado por los matemáticos tuvo que ser memorístico porque apenas han sobrevivido sumas como tales, aunque no podemos descartar que se utilizaran "borradores", aunque no tenemos constancia de ello hasta el momento. Tampoco se han descubierto en las excavaciones restos de ábacos, vocablo procedente del genitivo griego ἄβακος (tabla), que utilizaron las grandes civilizaciones orientales, China y Japón, aunque los primeros de los que se tiene noticia se idearon, fabricaron y utilizaron en Mesopotamia (IFRAH, 2001).

En las operaciones de las matemáticas egipcias no existían signos (+,-, x, :) entre los diferentes sumandos, tampoco entre el minuendo y el sustraendo de una resta, ni para diferenciar el multiplicando del multiplicador en los productos, ni el dividendo y el divisor en las divisiones, por lo que se hacía necesaria una nomenclatura que les ayudara a reconocer qué operación se estaba realizando.

Para la suma la nomenclatura es variada. En el **problema 28** del PMR leemos

9 2/3.f m 6 m ꜥq ḥr.f dmḏ 15

9 y sus 2/3 que son como 6, añadiéndose sobre él, totalizan 15 (9 + 6 = 15).

El verbo utilizado es una forma abreviada de *ꜥq* 'entrar' ('entrando sobre él').

Otra nomenclatura utilizada por el escriba Ahmosu en el **problema 63** del PMR es

dmḏ.ḫr.k 2/3 1/2 1/3 1/4 ḫpr.ḫr,(f) 1 1/2 1/4

Entonces totalizas (sumar) 2/3 + 1/2 + 1/3 + 1/4 y se convierten en 1 1/2 1/4 (2/3 + 1/2 + 1/3 +1/4 = 1 1/2 1/4).

El verbo utilizado es *dmḏ* 'totalizar, sumar'.

Incluso en el **problema** siguiente, el **64** del PMR, se lee

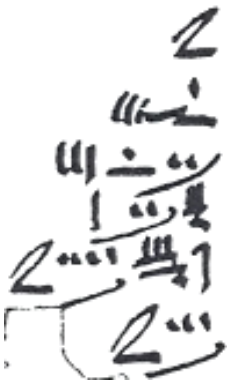
ḫpr.ḫr.(f) ḥqꜣt 1/2 1/16 wꜣḥ ḥr psš mtt

Se convierten en 1/2 1/16 heqats que son depositados (añadidos) sobre el reparto promedio (x + 1/2 + 1/16).

Con el verbo *wꜣḥ* 'depositar'.

Se observa cómo las fracciones de **heqat** se escriben con los jeroglíficos correspondientes al criptográfico ojo de Horus.

Pero sin lugar a dudas el método más sencillo, como aparece en el **problema 79** del PMR, era colocar una cifra encima de otra y dar el resultado en la línea inferior, de forma semejante a lo que se hace en las escuelas, pero con algunas variaciones.



Lo primero a tener en cuenta es que la escritura hierática se escribe habitualmente de izquierda a derecha como el hebreo o el árabe, en el sentido contrario al nuestro. Veamos el problema en cuestión.

Para comprender bien la suma daremos la vuelta a los núme-

ros siguiendo el esquema

7
49
343
2.401[1]
16.807
19.607

Ya conocemos que una de las características importantes de la numeración egipcia es la carencia de cifras definidas por lo que el esquema es solamente un elemento encaminado a la comprensión de la suma. Además la colocación de los signos hieráticos es diferente, los egipcios simplemente escriben los números no los colocan ordenados unidades debajo de unidades, decenas debajo de decenas,... Los números se suman completos, posiblemente de arriba hacia abajo, y no cifra a cifra.

Es muy probable que el resultado se hiciera en un documento aparte para escribir en el papiro el resultado final. Se empezaría sumando las unidades, los palotes, anotando un asa por cada diez de ellos. Luego se sumarían las asas colocando una cuerda por cada diez de ellas, y así sucesivamente hasta completar la suma, mecanismo similar al que estudiaremos en la sustracción.

Otra posibilidad es que se realizara de memoria, pero hay complicadas sumas de fracciones que nos hacen desechar esta posibilidad en todos los casos.

A lo largo del PMR veremos como en muchos problemas se omiten operaciones lo que apoya la tesis de que los procedimientos básicos se llevaran a cabo en otro sustrato, ostracon, madera o papiro.

También se encuentra sumas en algunos inventarios de ofrendas palaciegas o templarias. Como botón de muestra hemos escogido un recuento de panes y cerveza que se ha conservado en el papiro Boulaq 18, 31.

ofrendas de panes	jarras de cerveza
1680	135

	200	
	100	10
	1980	145

Se entregan 1980 panes y 145 jarras de cerveza.

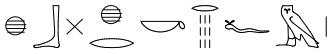
ḥsb ꜥqw n nb (ꜥnḫ wḏ3 snb) n ḥsbt 3 3bd 2-(nw) 3ḫt ꜥrqy Recuento de las ofrendas para el señor (v. p. s.) del tercer año de reinado, el segundo mes de la estación de "akhet", el último día		
rḫt ꜥqw n nb (ꜥnḫ wḏ3 snb) n ḥsbt 3 3bd 2-(nw) 3ḫt ꜥrqy Lista de las ofrendas para el señor (v. p. s.) del tercer año de reinado, el segundo mes de la estación del "akhet", el último día.	1680	135
jn n.f m ḏ3t nt ḥsbt 3bd 2-(nw) 3ḫt sw 29 Se le trajo como remanente del tercer año de reinado, el segundo mes de la estación del "ahet", el día 29	200	
jn n.f m ꜥnḫw-nswt jnnw m ḥwt-nṯr nt Jmn Se le trajo como vituallas reales que fueron traídas desde el templo de Amón	100	10
dmḏ sšm ḫnt rḫt pn Total. Desembolso de esta lista.	1780	145

En muchos de los ejercicios de los papiros matemáticos encontramos sumas de fracciones. Recordemos que el escriba escogía un común denominador, no siempre el m. c. m. (mínimo común múltiplo), calculaba los valores de los "denominadores" en relación con el valor elegido, sumaba los valores así obtenidos y dividía el resultado de la suma entre el número base, el común denominador.

En ningún caso el egipcio nos indica el procedimiento para la elección del común denominador, en muchas ocasiones el "denominador mayor de la serie".

Sustracción o resta

La nomenclatura de la operación de sustracción utiliza, por lo general, el verbo *ḫbj* 'sustraer'.



ḫb.ḫr.k 1/9.f m 1

Entonces restas su noveno de 1.

Existe otra forma de indicar la sustracción mucho menos utilizada que la anterior. La encontramos en el **problema 28** del PMR, donde se nos habla del resultado de una resta como 'salir de algo'.

jn 5 prt ḏ3t m 10

Es 5 lo que sale remanente de 10.

... que proviene de restar 10 – 5 = 5.

Se ha descrito un sistema mediante el cual los matemáticos egipcios realizarían esta operación teniendo en mente que es una mera hipótesis, pues no existe documentación al respecto.

1. Si los valores de cada "cifra" del minuendo (cantidad de la que ha de restarse otra) son mayores que los del sustraendo (cantidad que ha de restarse de otra) el sistema es sencillo. Simplemente se escribe la diferencia entre los objetos iguales.

2. Pero si alguno de los valores de alguna "cifra" del sustraendo es mayor que los del minuendo aplicarían el siguiente método que vamos a explicar restando 536 – 278.

El procedimiento es por **eliminación de signos equivalentes del minuendo**.

a) En un primer momento quitaría 2 cuerdas, 3 asas y 6 palotes tanto del minuendo como del sustraendo, dejando 3 cuerdas en el minuendo y 4 asas y 2 palotes en el sustraendo resultando 300 menos 42.

b) Ahora transformaría 1 cuerda en 10 asas.

c) Repite el procedimiento a) dejando 6 asas en el minuendo resultando 260 menos 2.

d) Un asa se transforma en 10 palotes.

e) Repetimos el procedimiento a) de reducción de signos, quedando al final 2 cuerdas, 5 asas y 8 palotes.

De forma gráfica.

Pasos	Minuendo	Sustraendo		
			536	***278***
a			300	42
b			200 + 100	42
c			260	2
d			250 + 10	2
e			***258***	

Multiplicación

El sistema egipcio dista mucho de parecerse al actual. Le podríamos llamar duplicación-adición en un sentido no muy estricto porque no siempre se producen duplicaciones.

Su notación jeroglífica más frecuente es *w3ḥ tp-m* 'depositar encima de' seguido del multiplicando (un factor que debe ser multiplicado) + *spw* 'veces' + el multiplicador (un factor que multiplica).

w3h tp-m 8 spw 8

Se deposita encima del 8 ocho veces (equivale a se multiplica 8 por 8).

El método aplicado es sencillo. El método aplicado es sencillo. Es un sistema en dos columnas y los pasos que se siguen son (multiplicaremos 20 por12):

1. Se coloca la unidad en la columna de la izquierda, mientras que en la derecha se escribe el multiplicando.

1 20

2. Multiplicamos por el mismo factor las dos columnas. En nuestro ejemplo el factor es 2, aunque puede ser otro cualquiera, incluso un número fraccionario, hasta conseguir en la columna de la izquierda un número que no sobrepase el valor del multiplicador.

1	**20**
2	40
4	80
8	160
12	

3. Buscamos en la columna de la izquierda aquellos números que sumen el valor del multiplicador (en nuestro caso 4 + 8 = 12).

1	**20**
2	40
4	80
8	160
12	

4. Sumamos los números de las mismas filas, pero en la columna de la derecha. Esa es la solución.

1	**20**
2	40
4	80
8	160
12	**240**

Si se utilizan múltiplos de 2 se puede obtener el resultado multiplicando la columna central porla combinaciónn binaria que aprece en la columna de la derecha (80 x 1 + 160 x 1 = 240). Tambien puede coomprobarse fácilmente que el producto de la columna de la izquierda por la binaria nos da el valor del multiplicador (1 x 4 + 1 x 8 = 12).

1	**20**	0
2	40	0
4	80	1
8	160	1
12	**240**	1100

Los factores más comunes, además del 2, son 10, 2/3, 1/2 y 1/10 aunque no faltan otros. Es importante hacer notar que para calcular 1/3 se comienza utilizando la fracción 2/3 calculando posteriormente la mitad.

Por otro lado, la elección de los factores no es fija y dependerá delas necesidades y capacidades del escriba en cada momento para

solucionar el ejercicio. En el **problema 32** del PMR el matemático multiplica 12 por 12.

1	**12**
2	24
4	48
8	96
12	**144**

... mientras que en el **problema 43** del mismo papiro lo hace de forma distinta.

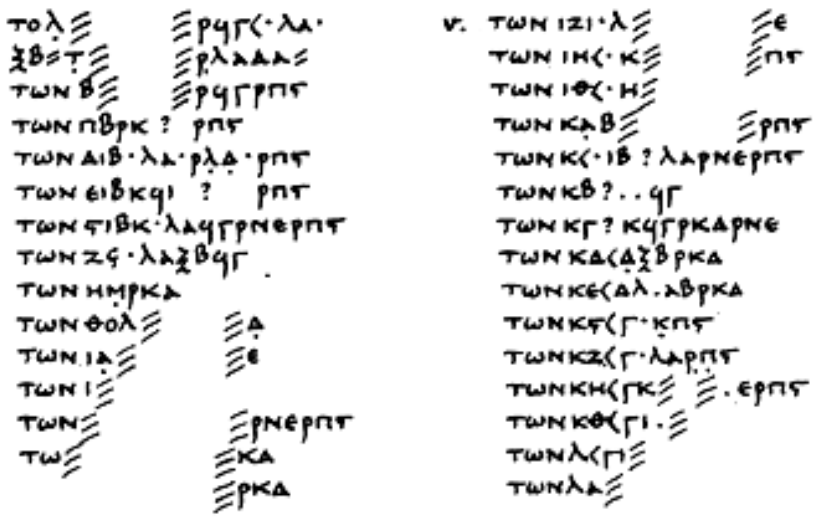
1	**12**
2	24
10	120
12	**144**

Existe otra nomenclatura para la multiplicación "hacer algo de algo" como actualmente. La encontramos en el **problema 63** del PMR.

jr.ḫr.k 1/2 1/14 de 700 m 400

Haces 1/2 1/14 de 700 en 400.

Se conocen restos de pequeñas tablas 1/n en algunos ostraca coptos. Uno de ellos, el ostracon 480, procedente de Dendera, actualmente en el University College de Londres, muestra una tabla de multiplicaciones de la fracción 1/31 por 1/3 1/2 y los números enteros hasta el 31. Fue publicado por Crum (1902, pág. 46) quien, según sus propias palabras, "aparenta ser una tabla aritmética; pero su sistema y propósito me son ininteligibles". Fue traducido[2] por Sethe (SETHE K. , 1916, págs. 71-72).



... en el museo de la universidad de Manchester (6221) hay un ostracon con una tabla numérica relacionada con el número 17 (CRUM W. , 1921, págs. 115-116).

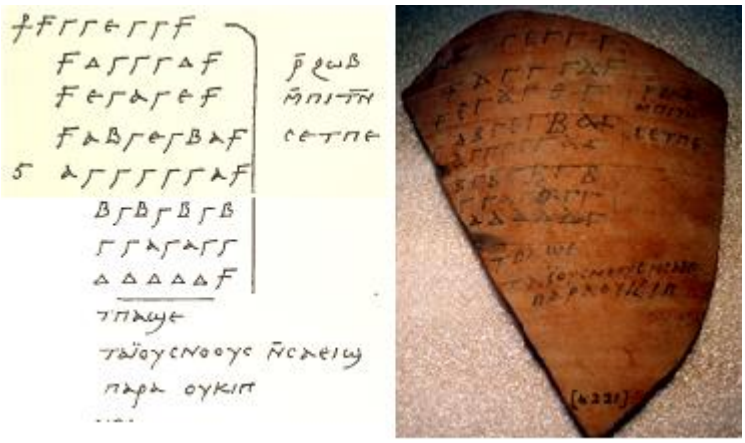


Ilustración 1. Ostracon copto con líneas que parecen conformar una tabla numérica relacionada con el número 17. Fuentes: a) CRUM W. , 1921, págs. 115-116; b) Museo de la Universidad de Manchester (6221).

Ahora estudiaremos unos ejercicios de multiplicaciones del PMR, la mayoría de ellos utilizando como multiplicador 7/4 (1 1/2 1/4).

Problema 7 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/4 1/28 por 1 1/2 1/4?

El enunciado comienza *tp n skmt* 'Ejemplo de hacer completar'.

1	**1/4 1/28**
1/2	1/8 1/56
1/4	1/16 1/112
1 1/2 1/4	**1/4 1/8 1/16 1/28 1/56 1/112**

El escriba reduce el resultado tomando como número base m = 28, el mayor denominador del multiplicando y calcula las distintas fraccione como partes de él.

7	1/4
3 1/2	1/8
1 1/2 1/4	1/16
1	1/28
1/2	1/56
1/4	1/112
14	**1/2**

La mayor dificultad estriba en el cálculo de 1/16, cosa que puede realizarse sencillamente dividiendo 28 entre 16 como veremos al estudiar la división.

El matemático llega a la conclusión de que la suma de la columna de la izquierda es 14, la mitad de 28, por lo que el resultado de la multiplicación es 1/2.

El problema 7B es equivalente, pero omite el cálculo final.

Problema 8 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/4 por 1 2/3 1/3?

En realidad se pide multiplicar 1/4 por 2 ya que 1/3 2/3 es la unidad. Como hemos visto, en las multiplicaciones es frecuente situar antes el factor 2/3 que 1/3.

1	**1/4**
2/3	1/6
1/3	1/12
1 2/3 1/3	**1/4 1/6 1/12**

Para simplificar el resultado utiliza m = 18 como base sin que tenga un motivo claro.

1	1/18
4 1/2	1/4
3	1/6
1 1/2	1/12
9	**1/2**

Como 9 es la mitad de 18 el resultado de la multiplicación es

1/2.

Hemos de preguntarnos por qué el escriba no realiza la multiplicación al revés, procedimiento mucho más sencillo, pues bataría con dividir por 4 cada número. Así obtendríamos 1/4 1/6 1/12 a la primera. Esto nos indica que la intención del matemático no era la resolución del ejercicio sino el establecimiento de un método de operación (ROBINS, 1987, pág. 20).

Problema 9 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/2 1/14 por 1 1/2 1/4?

1	**1/2 1/14**
1/2	1/4 1/28
1/4	1/8 1/56
1 1/2 1/4	**1**

El escriba no explica cómo deduce el valor 1, pero suponemos que de forma similar a los problemas anteriores. Tomaremos como número base m = 28, como en el problema 7 del PMR.

14	1/2
7	1/4
3 1/2	1/8
2	1/14
1	1/28
1/2	1/56
28	**1**

Problema 10 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/4 1/28 por 1 1/2 1/4?

1	**1/4 1/28**
1/2	1/8 1/56
1/4	1/16 1/112
1 1/2 1/4	**1/2**

Claramente es la mitad del ejercicio anterior puesto que el multiplicando (1/4 1/28) es la mitad del anterior (1/2 1/14).

Si comparamos con el problema 7 del mismo manuscrito observaremos que el enunciado es el mismo, pero el modo de resoluciónes diferente, indicación de la versatilidad de trabajo del matemático egipcio.

Problema 11 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/7 por 1 1/2 1/4?

1	**1/7**
1/2	1/14
1/4	1/28
1 1/2 1/4	**1/4**

Tampoco se dice como el escriba simplifica el resultado, pero suponemos que toma m = 28 como base como en ejercicios precedentes.

4	1/7
2	1/14
1	1/28
7	**1/4**

Problema 12 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/14 por 1 1/2 1/4?

1	**1/14**
1/2	1/28
1/4	1/56
1 1/2 1/4	**1/8**

La mitad del ejercicio anterior.

Problema 13 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/16 1/112 por 1 1/2 1/4?

1	**1/16 1/112**
1/2	1/32 1/224
1/4	1/64 1/448
1 1/2 1/4	**1/8**

El matemático toma como base m = 28.

1 1/2 1/4	1/16
1	1/28
1/2 1/4 1/8	1/32
1/4 1/8 1/16	1/64
1/4	1/112
1/8	1/224
1/16	1/448
3 1/2	**1/8**

Aunque la suma de la columna de la izquierda parezca compleja no lo es tanto al tratarse de denominadores que son

potencias de 2. Así tendríamos que 1 + 1/2 + 1/2 = 2; los 4/4 = 1; y 1/16 + 1/16 = 1/8, lo que hace que los 4/8 = 1/2.

Problema 14 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/28 por 1 1/2 1/4?

1	**1/28**
1/2	1/56
1/4	1/112
1 1/2 1/4	**1/16**

La mitad del ejercicio anterior. El matemático toma como base m = 28.

1	**1/28**
1/2	1/56
1/4	1/112
1 1/2 1/4	**1/16**

Problema 15 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/32 1/244 por 1 1/2 1/4?

1	**1/32 1/224**
1/2	1/64 1/1/448
1/4	1/128 1/896
1 1/2 1/4	**1/16**

El matemático toma como base m = 28, aunque no sería necesario pues el resultado es la mitad del obtenido en el problema 13.

1	1/28
1/2 1/4 1/8	1/32
1/4 1/8 1/16	1/64
1/8 1/16 1/32	1/128
1/8	1/224
1/16	1/448
1/32	1/896
1 1/2 1/4	**1/16**

De nuevo al sumar fracciones cuyos denominadores son potencias de 2, se alivia el trabajo.

A partir de ahora entramos en un segundo grupo, que fue introducido en el problema 8, la multiplicación por 1 + 2/3 + 1/3. En realidad una multiplicación por 2.

Las fracciones **2/n** de los números impares fueron listadas en

la tabla del PMR hasta el denominador 101. Para nosotros que utilizamos numeradores superiores al 1, la multiplicación por 2 es trivial, pero los egipcios que solamente utilizan fracciones de numerador unitario tienen que buscarse sistemas para reducir esta multiplicación.

Problema 16 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/2 por 1 2/3 1/3?

1	**1/2**
2/3	1/3
1/3	1/6
1 2/3 1/3	**1**

El matemático toma como base m = 6, el denominador más elevado.

1	1/6
3	1/2
2	1/3
6	**1**

Hubiera sido más fácil para resolver esta multiplicación realizarla al revés, calculando la mitad de 1 2/3 1/3, 1/2 1/3 2/3, cuya suma es 1.

Problema 17 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/3 por 1 2/3 1/3?

1	**1/3**
2/3	1/6 1/18
1/3	1/9
1 2/3 1/3	**2/3**

El matemático toma como base m = 6 como en el problema anterior.

1	1/6
2	1/3
2/3	1/9
1/3	1/18
4	**2/3**

De forma semejante al ejercicio anterior hubiera sido más sencillo efectuar la multiplicación al revés, obteniéndose el resultado en un solo paso.

Problema 18 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/6 por 1 2/3 1/3?

1	**1/6**
2/3	1/9
1/3	1/18
1 2/3 1/3	**1/3**

La mitad del resultado del ejercicio anterior. Más cómodo sería cambiar el multiplicando y el multiplicador como en los ejercicios anteriores.

Problema 19 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/12 por 1 2/3 1/3?

1	**1/12**
2/3	1/18
1/3	1/36
1 2/3 1/3	**1/6**

Aunque el resultado es evidentemente la mitad del que se obtiene en el ejercicio anterior, el escriba suma 1/12 + 1/18 + 1/36 tomando como número base m = 18.

1 1/2	1/12
1	1/18
1/2	1/9
3	**1/6**

De nuevo, cambiando el multiplicando y el multiplicador el ejercicio es más rápido, lo que también ocurre en el ejercicio siguiente. Parece que la intención del egipcio es establecer un mecanismo para el producto de 1 2/3 1/3 por cantidades cuyos "denominadores" se duplican, observando resultados que son, cada uno de ellos, la mitad del anterior.

Problema 20 del PMR

¿Cómo se debe multiplicar 1/24 por 1 2/3 1/3?

1	**1/24**
2/3	1/36
1/3	1/72
1 2/3 1/3	**1/12**

A pesar de ser la mitad del anterior el egipcio toma como número base m = 18, siguiendo el mismo procedimiento anterior.

1	1/18
1/2 1/4	1/24
1/2	1/36
1/4	1/72
1 1/2	**1/12**

Eet grupo de problemas, a partir del ejercicio 8, se pueden clasificar en tres grupos atendiendo al multiplicando.

En el grupo 1, de multiplicando 1 1/2 1/4, el multiplicador es la mitad en cada uno de los ejercicios, a excepción edl que hemos denominado 10 A que no ha sido mostrado por el escriba.

Grupo 1 Multiplicando 1 1/2 1/4	
Problema	Multiplicador
9	1/2 1/14
10	1/4 1/28
10 A	1/8 1/56
13	1/16 1/112
15	1/32 1/224

El grupo 2 tiene el mismo multiplicando, pero el multiplicador se relaciona con la fracción 1/7, indicando que su función puede corresponderse con ejercicios de métrica (1 codo real equivale a 7 palmos). También se divide el multiplicador por dos según avanzamos en los ejercicios.

Grupo 2 Multiplicando 1 1/2 1/4	
Problema	Multiplicador
11	1/7
12	1/14
14	1/28

El grupo tres, de multiplicador 1 2/3 1/3 (en realidad 2), sepuede subdividir en dos subgrupos: el primero con las fracciones 1/2 y 1/4, y el segundo, con las relacionadas con 1/3.

Grupo 3 Multiplicando 1 2/3 1/3	
Subgrupo A	
Problema	Multiplicador
16	1/2
8	1/4
Subgrupo B	
Problema	Multiplicador
17	1/3
18	1/6
19	1/12

20	1/24

Este tipo de estructura ha hecho pensar que se podría tratar de un teorema o lema encubierto definido coo **todas las veces que se hace subir diferentes cantidades a una misma operación aritmética, los resultados obtenidos son proporcionales a las cantidades de las que se parte** (RODET, 1881, pág. 395).

Las multiplicaciones en los problemas de reparto

Los problemas 1-7 del PMR son claramente divisiones, la distribución de diversos panes entre varios hombres. El escriba egipcio prefiere resolverlos como multiplicaciones de un entero por una fracción. En realidad lo que se realiza es la **prueba**. Se parte del resultado y se multiplica por 10 para verificar la premisa, el número de panes.

Esta parte del manuscrito ocupando el recto de los fragmentos de Nueva York y parte del papiro BM 10057, está bastante deteriorada por lo que los enunciados se basan en lo que se ha conservado.

Problema 1 del PMR

¿Cómo se debe repartir 1 pan para 10 hombres?

1	**1/10**
2	1/5
4	[2/5]^3 1/3 1/15
8	2/3 1/10 1/30 [2/15]
10	**1**

Obtenemos el resultado de 1/10 por hombre.

Para sumar 1/5 1/10 1/30 el matemático egipcio utilizaría como número base m = 30.

6	1/5
3	1/10
1	1/30
10	**1/3**

Sumado con los 2/3 se obtiene la unidad.

Problema 2 del PMR

¿Cómo se deben repartir 2 panes para 10 hombres?

El primer paso es establecer la equivalencia 2/10 = 1/5 y veri-

ficar la multiplicación por 10 para obtener 2 panes.

1	**1/5**
2	[2/5] 1/3 1/15
4	[2/3 1/10 1/30 [2/15]
8	1 1/3 1/5 1/15
10	**2**

Se sigue el ajuste del problema anterior, pues las fracciones a sumar son las mismas (1/5 + 1/10 + 1/30) y se obtiene el resultado, 2 panes.

Problema 3 del PMR

¿Cómo se deben repartir 6 panes para 10 hombres?

Lo primero que tuvo que hacer el matemático fue establecer la fracción 6/10 como la suma de una serie de fracciones de numerador unitario.

$$\frac{6}{10}=\frac{5+1}{10}=\frac{5}{10}+\frac{1}{10}=\frac{1}{2}+\frac{1}{10}$$

... valor que aparece en la tabla n/10 del papiro.

El escriba podría haber optado por descomperla en

$$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{5}$$

... como aparece en la tabla 2/n.

1	**1/2 1/10**
2	1 1/5
4	2 1/3 1/15 [2/5]
8	4 2/3 1/10 + 1/30 [2/15]
10	**6**

Problema 4 del PMR

¿Cómo se deben repartir 7 panes para 10 hombres?

Se efectúa la división[4] 7/10 en la que se utilizan dos de los factores más comunes 2/3 y 1/10, obteniéndose el valor alcanzado en la tabla n/10, 2/3 1/10.

1	**10**
2/3	6 2/3
1/10	1
1/30	1/3
2/3 1/30	**7**

Ahora realiza la prueba.

1	**2/3 1/30**
2	1 1/3 1/15
4	2 2/3 1/10 1/30 [2/15]
8	5 1/3 1/5 1/15
10	**7**

La suma origina (1 + 1/3 + 1/15) + (5 + 1/3 + 1/5 + 1/15) = 6 + 2/3 + 1/5 + 2/15 (que por la tabla *2/n* es 1/10 1/30), por lo que volvemos a la suma fraccionaria de todos los ejercicios (1/5 + 1/10 + 1/30 = 1/3 que falta para completar 7).

Problema 5 del PMR

¿Cómo se deben repartir 8 panes para 10 hombres?

El amanuense realiza la división 8/10 consultando la tabla n/10 donde se obtiene el valor 2/3 1/10 1/30. Llama poderosamente la atención que el matemático no aplique 8/10 = 4/5. Como en los casos anteriores verifica los resultados.

1	**2/3 1/10 1/30**
2	1 1/2 1/10 [1 1/3 1/5 1/15]
4	3 1/5
8	6 1/3 1/15 [2/5]
10	**8**

La equivalencia 1/3 + 1/5 + 1/15 como 1/2 + 1/10 en el factor 2 de la multiplicación quedó aclarada en el problema 3 del PMR.

Hay que demostrar que 1/2 1/3 1/10 1/15 es 1, lo que le falta a 7 para dar 8. Para ello tomamos como base m = 15 y vemos que totalizan 1, operación que el escriba no lleva a cabo, lo que sugiere, como en casos anteriores, que el egipcio utiliza algún tipo de tabla o borrador.

1	15
1/2	7 1/2
1/3	5
1/10	1 1/2
1/15	1
1/2 1/3 1/10 1/15	15

Problema 6 del PMR

¿Cómo se deben repartir 9 panes para 10 hombres?

Habría que dividir 9 entre 10, valor que se obtiene de la tabla

n/10.

1	**10**
2/3	6 2/3
1/10	1
1/5	2
1/30	1/3
2/3 1/5 1/30	**9**

Ahora se verifica con la prueba.

1	**2/3 1/5 1/30**
2	1 2/3 1/10 1/30 [1 1/3 2/5 1/15]
4	3 1/3 1/5 1/15
8	7 1/5 [6 2/3 2/5 2/15]
10	**8**

Es necesario explicar el resultado dado por el amanuense en el factor 2 de la multiplicación. El valor obtenido al duplicar el factor 1 es

$$1+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{1}{15}=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}$$

... utilizando la equivalencia de la tabla 2/n para 2/5.

$$1+\frac{2}{3}+\frac{2}{15}=1+\frac{2}{3}+\frac{1}{10}+\frac{1}{30}$$

... utilizando la equivalencia de la tabla 2/n para 2/15.

Queda por explicar el resultado dado en la línea correspondiente al factor 8 aplicando las mismas equivalencias anteriores.

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{5}+\frac{2}{15}=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{10}+\frac{1}{30}=1+\frac{3}{15}=1+\frac{1}{5}$$

Es probable que el egipcio utilizara un valor base m = 30.

1	30
1/10	3
1/15	2
1/30	1
1/5	**6**

En los papiros copto-griegos la expresión de la fracción 9/10 difiere del PMR. En ellos se expone como 2/3 1/5 1/30 (KARPINSKI, 1922, pág. 24).

Otros problemas que implican multiplicaciones

Un ejercicio al parecer sencillo en el que se nos pide calcular la altura de un mástil a partir de un tronco de cedro se encuentra en el comienzo deteriorado del PMM.

Problema 3 del PMM

¿Cuál es la longitud de un mástil de madera de cedro que debe tener 1/3 1/5[5] de la longitud de un tronco de madera de 30 codos?

El ejercicio así expuesto es fácil. Para calcular una cantidad de otra se realiza la multiplicación de ambas. Así se consigue la altura del mástil de la vela multiplicando 30 codos por 1/3 1/5, obteniéndose como resultado 16.

1	**30**
1/3	10
1/5	6
1/3 1/5	**16**

Una tabla de multiplicar fracciones sencillas

Justo delante de la tabla de fracciones 2/3 el matemático egipcio realizó una serie de multiplicaciones con fracciones de "denominadores" pequeños, alguna de las cuales pudo ser utilizada en la resolución de otros ejercicios del manuscrito.

Problema 61 del PMR

2/3 de 2/3	1/3 1/9
1/3 de 2/3	1/6 1/18 [2/9]
2/3 de 1/3	1/6 1/18 [2/9]
2/3 de 1/6	1/12 1/36
2/3 de 1/2	1/3
1/3 de 1/2	1/6
1/6 de 1/2	1/12
1/12 de 1/2	1/24
1/9 de 2/3	1/18 1/54
1/9 de 2/3	1/18 1/(54)
1/4 de 1/(5)	1/20
2/3 de 1/7	1/14 1/42
1/2 de 1/7	1/14
2/3 de 1/11	1/22 1/66 [2/33]
1/3 de 1/11	1/33
1/2 de 1/11	1/22
1/4 de 1/11	1/44

Las líneas 2 y 3 muestran la propiedad **conmutativa** de la multiplicación: **el orden de los factores no afecta al producto**. El resultado obtenido al multiplicar 1/3 por 2/3 es el mismo que al multiplicar 2/3 por 1/3.

En la línea 4 habría sido más sencillo poner 1/9.

La división

Los egipcios hace más de 4.000 años realizaban divisiones exactas, **sin resto**, aunque los resultados fuesen números fraccionarios muy complejos o tuviesen que diseñar procedimientos complicados para llegar al resultado final, lo que llamaban el **cálculo del remanente**.

El procedimiento aplicado es de alguna manera el inverso de la multiplicación que hemos estudiado unos epígrafes más arriba. El dividendo (cantidad que ha de dividirse por otra) se coloca en el lugar del resultado de la multiplicación, y el divisor (cantidad por la que ha de dividirse otra) en el lugar del multiplicando obteniendo el resultado de la división en la posición que ocupaba el multiplicador, la última fila de la columna de la izquierda. Se usa la misma distribución en columnas para multiplicar 20 por 12.

1	**20**
2	40
4	80
8	160
12	**240**

... que para dividir 240 entre 20.

1	**20**
2	40
4	80
8	160
12	**240**

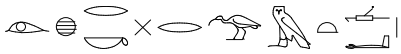
La diferencia estriba en que una vez obtenida en la columna de la derecha una suma equivalente al dividendo (240), la suma de los valores de las mismas filas en la columna de la izquierda nos da el cociente (12).

La nomenclatura utilizada es "depositaré sobre algo para encontrar algo".

jr.ḫr.k wꜣḥ tp-m 250 r gmt 180

Haces depositar sobre 250 para encontrar 180 (lo que equivale a decir "divide 180 entre 250) (Problema 56 del PMR).

En algunas ocasiones se suprime *wꜣḥ tp-m*. Así en el fragmento **LV.3 del papiro de Kahun** leemos:



jr.ḫr.k 1/4 r gmt wꜥ

Entonces haces 1/4 para encontrar uno (divides 1 entre 1/4).

En algunas ocasiones se utiliza para expresar la división la nomenclatura que estudiaremos en el cálculo de los inversos: *njs* X *ḫnt* Y – dividir X por Y (lit.: llamar a X encima de Y).

Repasemos el mecanismo de la división repartiendo 300 entre 15.

1. Al igual que en la multiplicación construimos dos columnas. En la izquierda colocamos la unidad, mientras que en la derecha ponemos el **divisor** (15).

1	**15**

2. Duplicamos ambas columnas cuidando de no sobrepasar el valor del dividendo en la columna de la derecha.

1	**15**
2	30
4	60
8	120
16	240

3. Sumamos en la columna de la derecha hasta alcanzar un valor equivalente al **dividendo** (300).

1	**15**	0
2	30	0
4	60	1
8	120	0
16	240	1
20	**300**	

4. Sumando los números correspondientes a las mismas filas en la columna de la izquierda obtenemos el valor del **cociente**.

En esta ocasión la notación binaria comenzando desde la par-

te inferior 10100 se corresponde con el valor del cociente: $2^4 + 2^2$ (16 + 4 = 20).

Al estudiar las multiplicaciones dejamos pendiente la división de 28 entre 16 del **problema 7** del PMR que veremos ahora.

1	**16**
1/2	8
1/4	4
1 1/2 1/4	**28**

No todas las divisiones son tan sencillas como las expuestas hasta el momento, en algunos casos la suma de filas de la columna de la derecha no coincide con el dividendo. Podríamos decir que la división tiene **resto**. Este concepto no se encuentra en la mentalidad del egipcio y por ello desarrollará un método para eliminarlo y dar el resultado de la división exacta. Es el cálculo del **remanente** (*d3t*).

Supongamos que la división anterior no fuera 300 entre 15 sino 302 entre 15. Para nosotros el resultado sería 20 con resto 2, mientras que para el egipcio generaría un remanente de 2/15, siguiendo la regla general de la división según la que

$$\frac{dividendo}{divisor} = cociente + \frac{resto}{divisor}$$

$$\frac{302}{15} = 20 + \frac{2}{15}$$

El **remanente** es 2/15 que el amanuense soluciona buscando la respuesta en las tablas. En el caso que nos concierne 2/5 = 1/10 + 1/30. Por consiguiente el resultado de dividir 302 entre 15 es 20 1/10 1/30.

Si el **remanente** no viniera en las tablas, por ejemplo en la división de 304 entre 15, con remanente 4/15, habría que efectuar la división correspondiente para completar el ejercicio.

1	**15**
1/15	1
1/10 1/30 [2/15]	2
1/5 1/15	**4**

Así se completa la división 304 entre 15 como 20 1/5 1/15.

Un ejemplo de esta metodología se encuentra en el **problema 66** del PMR que veremos en el capítulo dedicado a los pesos y medidas.

Errores y redondeos

Los errores encontrados en los papiros matemáticos son poco frecuentes, muchos de ellos debidos a una mala copia del texto original realizada por el escriba Ahmose, pero existen algunos textos en los que parece haberse realizado un redondeo hacia el entero más próximo.

Uno de los ejemplos que parecen más evidentes procede de una lista de reparto de provisiones del personal del templo de Illahun durante el Reino Medio en la que se distribuyen 70 panes y 35 jarras de cerveza entre los miembros del staff y los trabajadores del recinto según sus cargos y responsabilidades (BORCHARDT L. , 1902/3, págs. 114-115).

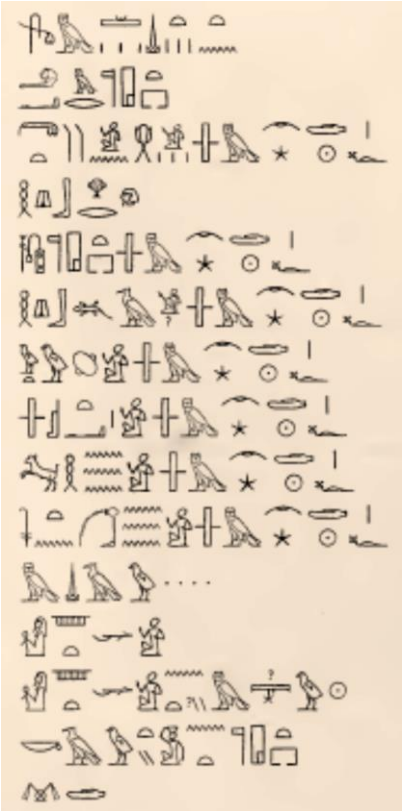


Ilustración 2. Relación del staff y los trabajadores del templo de Illahun durante el Reino Medio (BORCHARDT L. , 1902/3, pág. 114).

Una vez realizadas las equivalencias pertinentes el reparto debe realizarse entre 412/3, pero la división realizada es entre 42. Así de los 70 panes se recibirán por unidad de reparto 1 2/3, cuando correspondería 1 17/25, equivalente a 1 2/3 1/75 (siguiendo el algoritmo de Fibonacci obtendríamos 1/2 1/6 1/75), evidentemente, más compleja para trabajar. Para el reparto de cerveza el problema es semejante porque la cantidad de jarras es justamente la mitad de los panes, por lo que se recibirán por unidad de reparto 2/3 1/6 (1/2 1/3), en vez de los 2/3 1/6 1/150 si el reparto se hubiera efectuado entre 41 2/3. el error cometido por unidad de reparto en el caso de los panes es 1/75 y en el de la cerveza 1/150, algo inapreciable a la hora del reparto.

Cargo	Número	Proporción	Subtotal	Panes	Cerveza
Principal responsable del templo	1	10	10	16 2/3	8 1/3
Jefe de la compañía de sacerdotes en su mes	1	3	3	5	2 1/2

Sacerdote lector principal	1	6	6	10	5
Escriba del templo en su mes	1	1 1/3	1 1/3	2 1/6 1/18	1 1/9
Gran sacerdote lector en su mes	1	4	4	6 2/3	3 1/3
Embalsamadores en su mes	1	2	2	3 1/3	1 2/3
Acólitos en su mes	1	2	2	3 1/3	1 2/3
Sacerdotes 'ibeh' en su mes	3	2	6	10	5
Sacerdotes del rey en su mes	2	2	4	6 2/3	3 1/3
Medjau	1	1	1	1 2/3	2/3 1/6
Porteros	4	1/3	1 1/3	2 1/6 1/18	1 1/9
Porteros que están en la noche	2	1/3	2/3	1 1/9	1/2 1/18
Obrero del templo	1	1/3	1/3	1/2 1/18	1/4 1/36
			41 2/3	**70**	**35**

En verde la columna que el escriba egipcio no muestra y que suma 41 2/3 en vez de 42, valor aplicado por el escriba para el reparto, lo que hace que las sumas de las siguientes columnas sean erróneas.

El escriba añade una columna más de viandas repartidas que no mostramos, las jarras 'khepenu'. Hay que repartir 115 1/2 jarras a razón de 2 2/3 1/10, cuando debería ser 2 2/3 1/12, si hubiera realizado 42 porciones. Reparte a razón de 41 67/83, de difícil descomposición en una serie de fracciones con numerador unitario: 41 2/3 1/9 1/45 1/ 249 1/415 1/1245 (una de las posibles descomposiciones). Parece que el redondeo es necesario para hacer viable el reparto. Al no tratarse de un problema matemático predomina el aspecto práctico sobre la exactitud.

Cálculo de inversos

Se denominan **inversos** en matemáticas aquellos números que multiplicados dan la unidad, o lo que es lo mismo el inverso de "a" es el resultado de dividir la unidad entre a (1/a), de modo que

$$a.\frac{1}{a} = 1$$

Así el inverso de 5 es 1/5.

En el **problema 63** del PMR se muestra el cálculo de una fracción inversa con una nomenclatura peculiar 'llamas (*njs*) a 1 encima (*ḫnt*) del número' del que tenemos que calcular su inverso. El ejercicio calcula el inverso de 1 1/2 1/4.

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

... cuyo inverso es 4/7 puesto que

$$\frac{7}{4}.\frac{4}{7} = 1$$

njs.ḫr.k 1 ḫnt 1 1/2 1/4 ḫpr.ḫr.(f) (m) 1/2 1/14

Calculas el inverso de 1 1/2 1/4 y se convierte en 1/2 1/14.

$$\frac{4}{7} = \frac{8}{14} = \frac{(7+1)}{14} = \frac{1}{2} + \frac{1}{14}$$

Valor que el matemático consigue dividiendo 4 entre 7.

1	**7**
1/2	3 1/2
1/7	1
1/14	1/2
1/2 1/14	**4**

Potenciación

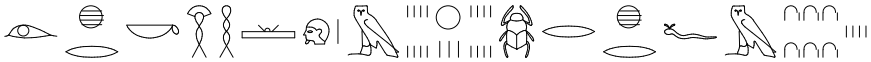
Los egipcios no conocieron las potencias y, por consiguiente, no sintieron la necesidad de crear una notación específica para representar el número de veces que un número debía multiplicarse por sí mismo. Se comenta que el primero en utilizar el término 'potencia' para esta función fue el matemático Diofanto de Alejandría (Διόφαντος ὁ Ἀλεξανδρεύς) en siglo III, pero sin utilizar la nomenclatura actual. Fue el matemático alemán Steifel (1487-1567) quien definió el término exponente, pero no fue hasta el siglo XVII cuando el genio francés René Descartes (1596-1650) utilizó la notación moderna

$$a(base)^{b\ (exponente)}$$

... siendo la base el factor que se repite y el exponente el número de veces que lo hace. Así

$$2^5 = 2x2x2x2x2 = 32$$

En el PMR encontramos solamente el desarrollo de cuadrados como multiplicaciones de un factor por sí mismo, sin que aparezca ninguna nomenclatura especial. En el **problema 50** del PMR el matemático calcula el cuadrado de 8 utilizando la nomenclatura **haces la multiplicación 8 por 8 que se convierte en 64**.



jr.ḫr.k wꜣḥ-tp m 8 spw 8 ḫpr.f m 64

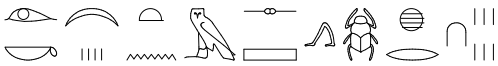
Del mismo modo en el **problema 1** del PB, donde se multiplica 1/2 1/4 por sí mismo.

Solamente en el PMM encontramos algo parecido a una notación especial para los cuadrados. En el **problema 14**

jr.k 4 pn m sš ḫpr.ḫr.(s) (m) 16

Debes elevar este 4 al cuadrado (lit.: debes hacer este cuadro en una extensión) y se convierte en 16.

E igualmente en el **problema 11** del mismo documento.



jr.k sšp 4 tn m sš ḫpr.ḫr.(s) 16

Debes elevar estos 4 palmos al cuadrado y se convierten en 16.

Desconocemos si los egipcios tenían tablas para los cuadrados de los enteros y fraccionarios más comunes. De ser así no nos ha llegado ninguna.

Radicación

El uso de la raíz cuadrada surge, sin duda, del cálculo de la diagonal de un cuadrado. Se puede definir como **la cantidad que se ha de multiplicar por sí misma una vez para obtener un número de-**

terminado. El símbolo de la radicación ($\sqrt{a}$) se encuentra por primera vez en el libro Coss del matemático alemán Christoph Rudolff (1499-1545) en el siglo XVI (BOYER, 1992, pág. 360), al parecer representa un "r" minúscula estilizada.

Los egipcios utilizaron una nomenclatura especial para el cálculo de raíces cuadradas como se muestra en el **problema 1** del PB, donde es el signo *qnbt* (O38 de Gardiner), un ángulo recto[6], el manejado para este menester, representando la esquina de un muro.

jr.ḫr.k qnbt.f

Haces su raíz cuadrada.

Parece evidente que no tenían un mecanismo para la obtención de raíces cuadradas como hoy en día y que tendrían que realizar los cálculos mentalmente multiplicando un número por sí mismo, o bien, utilizarían tablas de cuadrados que no han llegado a nuestras manos.

El otro ejemplo de esta operación que nos ha llegado se encuentra en el mismo manuscrito, en el **problema 2**, que se ha conservado en peor estado.

---

[1] El texto hierático tiene 2.301, un error del escriba.
[2] La traducción del ostracon es

línea	factor	resultado
1 a	1/3	1/93
1 b	1/2	1/62
1 c	1	1/31
2	2	1/62 1/93 1/186
3	3	1/12 1/124 1/186
4	4	1/12 1/31 1/124 1/186
5	5	1/12 1/20 1/93 [1/155] 1/186
6	6	1/12 1/20 1/31 1/93 1/155 1/186
7	7	1/6 1/31 1/62 1/93
8	8	1/4 1/124
9	9	1/4 1/31 1/124
10	10	1/4 [1/20 1/62] 1/155
11	11	[1/3 1/62 1/186]
12	12	[1/3 1/31 1/124] 1/155 1/186
13	13	[1/3 1/20 1/62 1/93] 1/124
14	14	[1/3 1/12 1/62 1/93] 1/124
15	15	
16	16	
17	17	1/2 1/31 [1/124] 1/155
18	18	1/2 1/20 [1/62 1/124] 1/186
19	19	1/2 1/12 [1/62 1/93]

20	20	1/2 1/12 1/31 1/155 1/186
21	21	2/3 [1/93]
22	22	2/3 [1/31] 1/93
23	23	[2/3] 1/20 1/93 1/124 1/155
24	24	1/2 1/4 1/62 1/124
25	25	1/2 174 1/62 1/124
26	26	1/2 1/4 1/31 1/62 1/124
27	27	1/2 1/3 1/31 1/186
28	28	1/2 1/3 1/20 [1/124] 1/155 1/186
29	29	1/2 1/3 1/12 [1/93 1/124]
30	30	1/2 1/3 1/12 [1/31 1/93 1/124]
31	31	[1]

Observamos que el valor dado para la fracción 2/31 difiere del aportado por el matemático del PMR, a saber, 1/20 1/124 1/155, valor que con seguridad conoció el copto si nos fijamos en líneas como la 5.

[3] Las fracciones entre corchetes se corresponden a los valores que obtendríamos en la actualidad.

[4] Esta operación la veremos con detalle en el epígrafe siguiente, de momento saber que es casi la inversa de la multiplicación, donde el dividendo se coloca donde el resultado de la multiplicación, el divisor donde el multiplicando y el cociente aparece en el multiplicador.

[5] Este valor, destruido en el manuscrito, se obtiene por las operaciones efectuadas en el problema.

[6] Los egipcios conocían de sobra el ángulo recto como se observa en algunas escuadras de las que cuelga una plomada como la del arquitecto de la reina Hatshepsut, Senenmut (Cairo 27258), fabricada con tres maderas unidas (OBENGA, 1995, pág. 36)y el signo jeroglífico .

Pesos y medidas

La importancia de estos sistemas de medidas se vio reflejada en los manuscritos matemáticos. En el PMR se han conservado 44 ejemplos con ejercicios relativos a medidas y pesos, algo más de la mitad de los problemas,, mientras que en el PMM son 11, un poco menos de la mitad.

Los pueblos neolíticos una vez asentados y tras establecer un gobierno bien organizado y jerarquizado necesitaron crear un sistema de medidas que facilitara el desarrollo de las actividades cotidianas: la distribución de las tierras tras las crecidas del Nilo y las transacciones comerciales. Para todo ello los egipcios diseñaron un amplio sistema de medidas de longitud, superficie, capacidad y volumen, así como otras más específicas para el pesaje de minerales.

Medidas de longitud

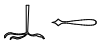
Uno de los primeros trabajos al respecto es el del eminente egiptólogo alemán C. R. Lepsius (LEPSIUS, 1884).

Las medidas de longitud egipcias, como las de muchos pueblos a lo largo y ancho de la historia, se basaron en las partes del cuerpo humano, sobre todo del miembro superior, una forma fácil de medir

mḥ nḏs
Codo corto
(6 palmos)

rmn
Remen
(5 palmos)

ḏsr
Djeser
(4 palmos)



pt/pḏ/šʿt ʿ3
Pata grande
(3,5 palmos)

pt/pḏ/šʿt nḏs
Pata pequeña
(3 palmos)

ḫfʿ
Puño
(1,5 palmos)

Mano ancha
(1,25 palmos)

sin la existencia de instrumental alguno. En el Egipto faraónico la más común, sin duda, fue el **codo real** (*mḥ nswt*), abreviadamente **codo** (*mḥ*), la distancia desde el olecranon del cúbito hasta la punta del dedo corazón, aproximadamente 52,29[7] cm (20,59 pulgadas), con una serie bastante compleja de múltiplos, pocos, y divisores.

Durante la ocupación persa (XXVII dinastía – 525 al 404 a.C.) se usó, coexistiendo con las medidas egipcias, el **codo persa** equivalente 64,2 cm, de los que se conserva un ejemplar encontrado en Abidos que mide 63,85 cm.

Un codo real se dividía en 7 palmos (*šsp* ,), la distancia que ocupan los cuatro dedos (*ḏbꜥ*) a excepción del pulgar que abarcan la anchura de la mano con una longitud de 7,47 cm. Por consiguiente un codo real se componía de 28 dedos de 1,8675 cm. cada uno.

En ocasiones las medidas no ser realizaban en codos, palmos y dedos, sino que se recurría a codos fracciones de ellos. En el problema 46 del PMR donde se calcula altura alcanzada por el grano en un granero rectangular se llega a la conclusión de que es 3 1/3 que debemos suponer codos.

La existencia de otras medidas inferiores al codo real se puede testimoniar por un texto del Libro de los Muertos donde se especifica que la medida se realiza en codos reales y no en otra clase de codos (NAVILLE, 1886, págs. 108, 1-2): *mḥ n šsp 1/2* "la mitad de un codo real de 7 codos".

Entre los otros codos egipcios destaca el **codo corto** de unos 45 cm. de largo (17,72 pulgadas) constituido por 6 palmos, que aunque no fue utilizado en los problemas matemáticos era una medida frecuente en la vida cotidiana como muestran varios ejemplares custodiados en diferentes museos como veremos más adelante.

En épocas tardías estas medidas fueron reemplazadas por el **codo griego** (πεχυα) de 46,3 cm (18,22 pulgadas) y el **codo romano** de 44,4 m (17,48 pulgadas) subdivido en 6 palmos.

Otro de los divisores más frecuentes en los textos egipcios es el **remen** (*rmn*), equivalente a 5 palmos o 20 dedos[8]. Se define como

la mitad de la diagonal de un cuadrado que tiene de lado 1 codo real (la diagonal en rojo considerando que el lado del cuadrado es de 1 codo) (PETRIE W. , 1940, pág. 71).

Maya, el portador del abanico a la derecha del rey, escriba real, jefe de las dos tesorerías del señor de las Dos Tierras, dice:

"¡Oh sacerdotes puros, sacerdotes lectores del templo, los dioses de vuestras ciudades escucharán vuestras plegarias, prosperaréis en vuestros oficios y alcanzaréis una edad perfecta si pronunciáis mi nombre y si me hacéis aquello que cuenta con el favor de su amo;(para) el portador del abanico a la derecha del rey, que está a los pies del señor de las Dos Tierras, quien no ha dejado de lado al buen dios donde sus pies lo han conducido".

Si efectuamos las operaciones necesarias obtendremos un valor de 4,949 palmos, aproximadamente los 5 palmos del *remen*, lo que en manera alguna justifica que los egipcios conocieran el teorema de Pitágoras, postulado por primera vez en los **Elementos** (Στοιχεῖα) de Euclides (II, 47)

"En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado opuesto al ángulo recto es igual a la suma de los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto".

$$remen = \frac{\sqrt{7^2 + 7^2}}{2} = 4{,}949\ palmos$$

Otros divisores mucho menos utilizados son el djeser (*ḏsr*) de 4 palmos o 16 dedos, la pata grande (*pt ꜣ*)[9] equivalente a 3,5 palmos o 14 dedos, la pata pequeña (*pt nḏs q pt šrj*) de 3 palmos o 12 dedos, el puño (*ḥfꜥ* o *ꜣmm*) de 1,5 palmos o 6 dedos, y la mano ancha (*ḏrt*) que equivale a 1,25 palmos o 5 dedos. Mucho más rara es el doble palmo ( ) equivalente a 8 dedos.

En cuanto a los múltiplos, tres son los más habituales: el doble **remen** (10 palmos), el **khet** (*ḫt n nwḥ*)[10], la vara de cuerda (GARDINER, 1957, pág. 199), de 100 codos de longitud, cuyo

nombre nos sugiere que una cuerda de esta longitud podría estar enrollada en una estaca para efectuar las medidas necesarias, y el **iteru** (*jtrw*), equivalente a 20.000 codos, unos 10,5 Km. Esta medida, poco frecuente y con toda probabilidad poco exacta, se encuentra nombrada en la capilla blanca de Senuseret I en Karnak, en una estela de Amenhotep III en Semna, donde se expresa la distancia entre dos fortalezas, Baky y Tary, en un registro de Tell el-Amarna de época de Akhenatón con una medida sospechosamente precisa en el texto jeroglífico, aunque excesiva en su longitud, más de 60 Km.[11],

ꜣḫt-jtn šꜣʿ m pꜣ wḏ rsy nfryt r pꜣ / wḏ mḥtt ḫꜣy.t(j) r jwd wḏ / r wḏ ḥr pꜣ ḏw jꜣbtt n ꜣḫt-jtn jrw n / jtrw 6 ḫt [1] rmn 1/4 mḥ 4

Akhet-atón, comenzando en la estela meridional y finalizando en la / estela septentrional siendo medido desde estela / a estela en la montaña oriental de Akhet-atón, haciendo 6 iteru, [1] khet, 1 remen, 1/4 khet y 4 codos.

...en el templo funerario de Ramsés III en Medinet Habu y en un dibujo de los campos de la felicidad del papiro de Any, entre otros monumentos. La lectura ptolemaica es o (GRIFFITH F. L., 1892, pág. 408).

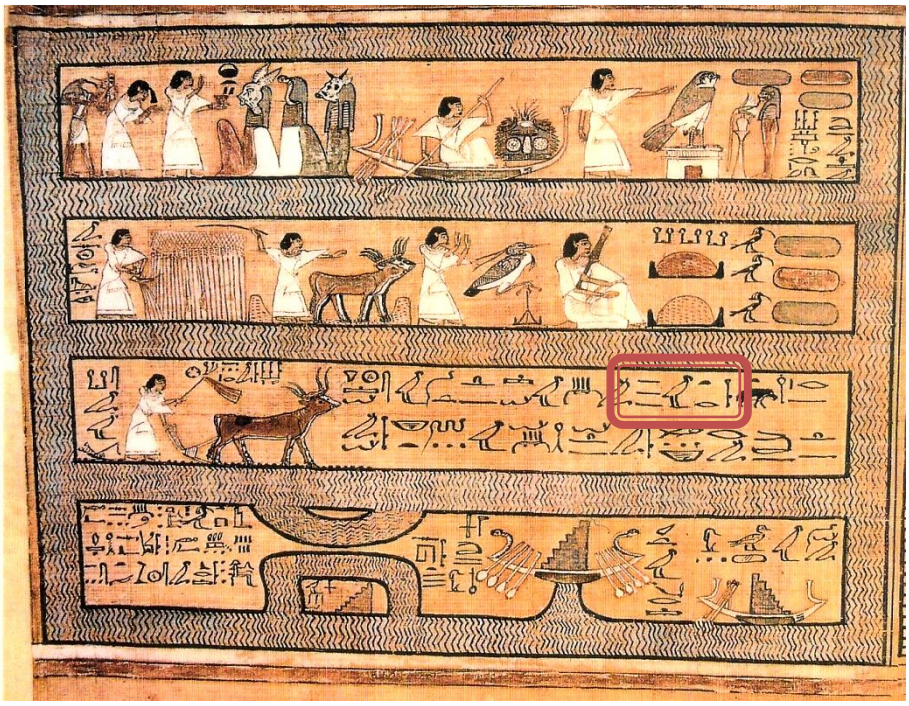


Ilustración 3. Papiro de Any. Capítulo CX del Libro de los Muertos donde se describen los campos de la felicidad. En el recuadro la medida "iteru".

Las distancias muy grandes, entre poblaciones, se medirían con toda seguridad en días de viaje. Ninguna de estas medidas utiliza divisores fraccionarios.

En raras ocasiones los artesanos utilizaban una medida equivalente a 1 1/4 o 1 1/3 codos (GARDINER, 1957, pág. 199), el *nbjw* , en griego **naubion** (ναύβιον).

Han llegado hasta nuestros días algunos ejemplares de codos reales pertenecientes a altos dignatarios del Egipto faraónico. Son reglas graduadas en las que se han marcado los distintos palmos y dedos que constituyen un codo. La existencia de éstas implica que los egipcios conocían la línea recta es la distancia más corta entre dos puntos (OBENGA, 1995, pág. 27)

Destacan el codo del jefe del tesoro de Tutankhamón, el escriba del rey, su amado, el portador el abanico a la derecha del rey y responsable de las dos tesorerías del señor de las Dos tierras, **Maya**, ahora custodiado en el museo del Louvre (N 1538), fechado en el reinado de Amenhotep I (XVIII dinastía) y procedente de la colección Drovetti, con una inscripción cuya traducción mostramos al margen

Ilustración 4. Codo del arquitecto Maya, jefe del tesoro de Tutankhamon, custodiado en el museo del Louvre en París (N1538).

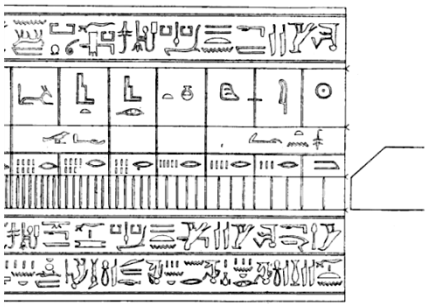


Ilustración 5. Inicio del codo del arquitecto Maya, jefe del tesoro de Tutankhamon, custodiado en el museo del Louvre en París (N1538) (fuente: (LEPSIUS K. , 1865, pág. 69. Placa I.)).

... los del arquitecto **Kha** (TT8), procedentes de Deir el-Medinah, que se guardan en el museo de Turín, uno de madera de acacia con su estuche de cuero (8391) de una longitud de 52,8 cm.[12], sin inscripciones jeroglíficas, con una sección típica de cinco superficies, grabada en tres de sus caras superiores, y otro de madera dorada (8647) cuya longitud es de 52,405 cm.[13] donado por Amenhotep II (XVIII dinastía) como agradecimiento por los trabajos realizados por el noble, decorado con inscripciones jeroglíficas en los dos extremos y en sus cuatro caras con la inscripción central haciendoreferencia a las victorias del rey en Naharina y contra los nubios,

...o el de madera del noble Amenemope, también en Turín (6347)[14], con incisiones coloreadas en blanco e inscrita con jeroglíficos, de 52,5 cm. de longitud, que se ha fechado en el Reino Nuevo (XIX dinastía) y procede del yacimiento de Saqqara[15].

Ilustración 6. Esquema de un codo real egipcio.

Para una mayor información sobre el codo egipcio se pueden consultar la obra de Lepsius[16] y la de Petrie[17].

Como cada una de las divisiones del codo está dedicada a una divinidad, algunos autores sugirieron que la mayor parte de estos instrumentos tendrían un carácter ornamental y nunca se utilizaron para medir[18]. Se conocen codos **votivos**, generalmente de piedra, que van desde los tres a los seis palmos (COUCHOUD, 2004, pág. 37), algunos de los cuales contienen información sobre instrumentos astronómicos como relojes de sombra y clepsidras (BORCHARDT L. , 1920, pág. Placa II).

Ilustración 7. Fragmentos de codos votivos con información sobre instrumentos astronómicos (BORCHARDT L. , 1920, pág. placa 11).

Un ostracon parcialmente dañado descubierto en la tumba de Senenmut, alto dignatario y confidente de la reina Hatshepsut, tiene una inscripción que relaciona el codo con su divisor el palmo. HAYES sugiere un enunciado como **calcular el número de palmos que corresponden con 1/3 de codo**. (HAYES W. C., 1942).

Tu tercio de codo. 1/14 de codo es 1/2 palmo, 1/21 de codo es 1/3 de palmo.

Las operaciones realizadas por el escriba son

1		1/7	
		3	
2	1/6	1/14	1/21
	3 1/2	1 1/2	1
4	1/2		1/4
	10 1/2		1 1/2

El cálculo del factor 2 parece complicado. Tomamos como numero base m = 6.

$$\frac{2}{7}\cdot\frac{6}{6}=\frac{12}{42}=\frac{7+3+2}{42}=\frac{1}{6}+\frac{1}{14}+\frac{1}{21}$$

Para el factor 4 se divide 4 entre 7.

1	7
1/2	3 1/2
1/7	1
1/14	1/2
1/2 1/14	4

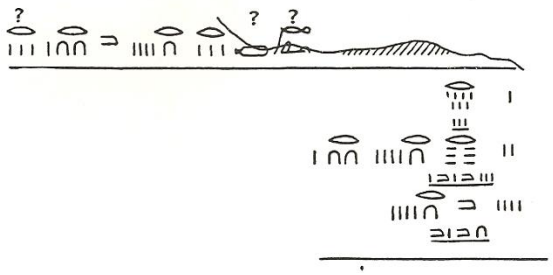


Ilustración 8. Esquema del ostraca 153 encontrado en la tumba del arquitecto de la reina Hatshepsut, Senenmut, donde aparece una descomposición en fracciones de "numerador" unitario de 2/7 (HAYES W. C., 1942).

Otros problemas que establece el valor de 1 codo en 7 palmos los encontramos en el PMR (56, 58, 59B) con tres grafías diferentes.

jw mḥ 1 m šsp 7

Un codo son 7 palmos (PMR 56).

jw jr mḥ m ššp 7

En cuanto que un codo son 7 palmos (PMR 58).

mḥ mk šsp 7 pw

Mira, un codo son 7 palmos (PMR 59B).

Las medidas de longitud se utilizaron desde época bien temprana en los rituales de la **extensión de la cuerda**[19] (*pḏ sš*), ceremonia previa a la edificación de los templos y palacios egipcios, que exigía un dibujo geométrico perfecto, con medidas exactas, para no incurrir en ningún tipo de error. En los grabados que representan la ceremonia se muestra, en muchas ocasiones, al dios **Djehuty**

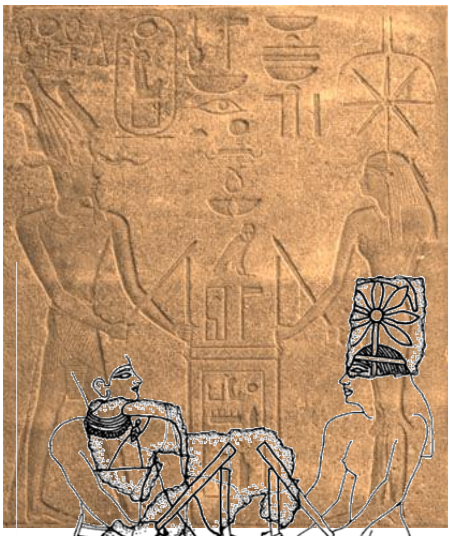


Ilustración 1. Extensión de la cuerda en el templo 'Maatkara (Hatshepsut), el afecto de Amón' – Bloque 311 de la capilla roja de Karnak en el muro norte.

(Thot) sosteniendo un bastón en una mano y un cayado en la otra. Frente a él la diosa **Seshat**, encargada de medir los terrenos sagrados, es representada como una mujer que ostenta sobre su cabeza un vástago que soporta una estrella, con los mismos instrumentos en las manos.

Esta ceremonia está documenta en la célebre Piedra de Palermo

Reinado de Den. Año en el que el sacerdote de Seshat extiende la cuerda y se fabrica la gran puerta de la mansión de Sutnetjer (el lugar de los dioses), (cuando) el Nilo creció 4 codos y 2 palmos (JIMÉNEZ, 2004, pág. 39).

Reinado de Ninetjer. En el año de la aparición del rey del alto Egipto (se realizó) la extensión de la cuerda en la mansión del Horus Ninetjer (cuando) el Nilo creció 3 codos, 2 palmos y 2 dedos (JIMÉNEZ, 2004, pág. 44).

Reinado de Djeser, cuarto año. En el año de la aparición del rey del alto y bajo Egipto (se realizó) la extensión de la cuerda en la mansión "la purificación de los dioses" (cuando) el Nilo creció 3 codos, 3 palmos y 2 dedos.

Las representaciones más antiguas halladas hasta la fecha de este rito se encuentran en un relieve fragmentario donde aparecen el rey Seneferu (Snofru) y la diosa Seshat (FAKHRY, 1961) y en un fragmento del templo solar de Niuserre (BORCHARDT L. &., 1900, pág. placa 5).

Ilustración 2. Ceremonia de extensión de la cuerda (FAKHRY, 1961).

En una inscripción en Edfú, que hace referencia al ritual, se dice: "Sostengo el bastón. Empuño el mango del cayado y aferro la cuerda de medición con Shesat. Dirijo mis ojos hacia el movimiento de las estrellas... Afianzo las esquinas de mi templo" (SCHOCH, 2007).

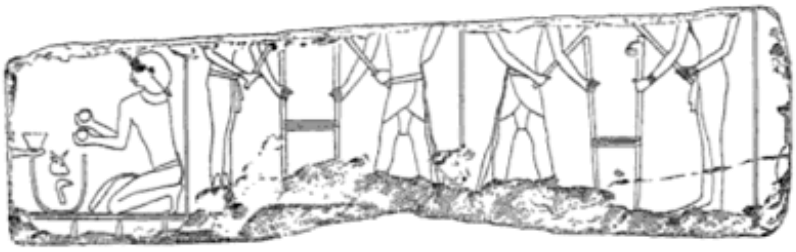


Ilustración 9.Ceremonia de extensión de la cuerda (BORCHARDT L. &., 1900, pág. placa 5).

Ilustración 10. Ceremonia de la extensión de la cuerda del templo de Edfú.

Los instrumentos en las manos de los dioses, semejantes a los utilizados para la medición horaria en los relojes ramésidas grabados en algunas de las tumbas del Valle de los Reyes, parecen estar relacionados con la orientación estelar del templo.

En un texto tan antiguo como la Piedra de Palermo se hace clara referencia a este ritual, donde un sacerdote en época de Den (I dinastía) se encarga de establecer los límites templarios.

(x+7) Año en el que un sacerdote de Seshat realiza la ceremonia de extensión de la cuerda (JIMÉNEZ, 2004).

En el mismo documento bajo el reinado de Ninetjer (II dinastía) vuelve a realizarse la ceremonia en el recinto del Horus Ninetjer.

Ceremonia de la extensión de la cuerda en el recinto del Horus Ninetjer (JIMÉNEZ, 2004).

Y en el reinado de Khasekhemui (II dinastía) en el recinto 'El lugar de libación de los dioses'.

También fue utilizada, sin duda, como procedimiento para restablecer los límites de las parcelas de cultivo, como parece desprenderse del grabado de la tumba de Menna (TT69)

Ilustración 11. Grabado de la tumba de Menna (TT69) donde se muestra la extensión de una cuerda con carácter agronómico.

... y de la tumba de Djeserkaseneb, un dignatario que vivió durante el reinado de Thutmose IV y fue enterrado en la TT38.

Ilustración 12. Grabado de la tumba de Djeserkaseneb en el que se realiza la extensión de la cuerda para medir los límites de la parcela a cultivar (fuente: http://www.osirisnet.net/tombes/nobles/djeserkareseneb38/e_djeserkareseneb_03.htm).

Medidas de superficie

De forma diferente a otros pueblos coetáneos, las medidas de superficie egipcias derivan de las medidas de longitud, lo que no ocurre en los pueblos mesopotámicos lo que las hace fácilmente comprensibles para los occidentales. Son casi tan antiguas como el principio de la civilización egipcia.

Su unidad es el **setjat** (*sṯ3t*), la **arura**, nombre que proviene del griego (αρουρα) 'campo, tierra' y es equivalente a un **khet** cuadrado (un cuadrado de un **khet** de lado) o lo que es lo mismo un cuadrado de 100 codos reales de lado (10^4 codos cuadrados), una superficie de 2.734,24 m^2. Se puede encontrar la grafía donde aparece el signo de la cuerda, , indicando su clara relación con la medición.

Existen, como en al caso de las medidas de superficie, múltiplos y divisores. Su centésima parte era la **tira de codo cuadrado** que se correspondería con el área de un rectángulo de base un **khet** y de altura un codo, aproximadamente 27,35 m^2, la misma superficie que un **ta** (*t3*), un cuadrado de 10 codos de lado (0,01 aruras = 10^2 codos cuadrados). A los que hay que añadir el **kha** (*ḫ3*), 1000 co-

dos cuadrados (10 *t3*) y el **kha-ta** (*ḫ3-t3*), literalmente "un millar de tierra", que correspondería a 10 *sṯ3ṯ* (10^5 codos cuadrados).

Estas unidades de medida presentan algunos divisores que deben conocerse: el **remen cuadrado** (, la mitad de un **ta**), el **heseb** (×, 1/4 de **ta**) y el **semen** o **sa** (, 1/8 de **ta**) (HELCK, 1980, págs. 1200-1201). Sin embargo, la mayor parte de los autores piensan que son fracciones del **setjat,** no del **ta** (GRIFFITH F. L., 1892, pág. 410); (GARDINER, 1957, pág. 200); (GRANDET, 1998, pág. 291); (COUCHOUD, 2004, pág. 36).

sṯ3t 8 1/2 1/4 1/8 mḥ 10 1/1 1/4

8 aruras 1/2 1/4 1/8 y 10 codos cuadrados 1/2 1/4 (papiro de Kahun 21, 19).

Observar que se utiliza para 1 codo cuadrado el mismo signo que para 1 codo lineal ( ), pero el signo jeroglífico para el valor de la mitad de una arura ( ) es diferente al utilizado para la mitad de un codo cuadrado ( ), que es el signo utilizado para representar la fracción 1/2.

Visto de esta manera el sistema de múltiplos y divisores de las medidas de superficie sería

	s3	1/8 de **setjat**
×	*ḥsb*	1/4 de **setjat**
	rmn	1/2 **setjat**
	t3	**ta** (0,01 **setjat**)
	ḫ3	**kha** (0,1 **setjat**)
	sṯ3t	**setjat**
	ḫ3-t3	**kha-ta** (10 **setjat**)

Sin embargo hay medidas que se encuentran en discusión. Los autores clásicos dan al **kha** un valor de 10 **sejtat**, un rectángulo de 1000 codos por 100 codos, no 1000 codos cuadrados (GRIFFITH F. L.,

1892, págs. 410-420). En algunos textos se utiliza el **hat-kha** (*ḥ3t-ḫ3*) como equivalente a 10 **setjat**.

ḫ3t-ḫ3 2 sṯ3t 2

Un campo de 22 aruras (Siut I, 313).

Incluso algunos autores piensan que el **ta** y el **kha-ta** son la misma unidad, equivalente a 10 **setjat** (ROSSI, 2007).

En ocasiones, los egipcios utilizan las fracciones 1/2 1/4 y 1/8 de setjats como si fueran las fracciones del ojo de Horus (CHACE, 1927, pág. 33).

Medidas de capacidad y de volumen

Siguiendo un sistema decimal los egipcios tendrían que haber dado las medidas de volumen en codos cúbicos con sus múltiplos y divisores, pero prefirieron las medidas de capacidad, qué cantidad de de cerveza o grano cabría en un recipiente.

Para medir el cereal usaron el **heqat** (*ḥq3t*) con capacidad entre 4,7 y 4,8 L. Su principal múltiplo es el **khar** 'saco' (*ḫ3r*) de volumen variable a lo largo de la Historia del Egipto Antiguo. En los Reinos Antiguo y Medio equivalía a 10 **heqats** (GRANDET, 1998), pero en el Reino Nuevo adquiere el valor de 16 **heqats**, cuatro **cuádruples heqats**[20] (GARDINER, 1957, pág. 198). Incluso en el PMR encontramos que el **khar** equivale a 5 **cuádruples heqats** (20 heqats) (COUCHOUD, 2004, pág. 41), lo que nos hace pensar que en el periodo anterior a XVIII dinastía, la valoración era distinta. Así la capacidad del **khar** pasó desde los 10 **heqats** del comienzo del periodo dinástico hasta los 20 de la XVIII dinastía.

Ortos dos múltiplos del **heqat** más estables fueron el **doble heqat** (PMR número 82) y el **cuádruple heqat** ( ), del que ya hemos hablado, cuya primera aparición se encuentra hasta la fecha en el PMR, siendo más utilizado en épocas posteriores con el nombre de **ipet** (*jpt*)[21], que evolucionó al griego ὀιφι (GARDINER, 1957, pág. 198). En el problema 68 del PMR se habla del

reparto de **grandes cuádruples heqats**.

mtw.w tm jtḥ.w m wʿ jpt ʿ3

Pero ellos no los obtendrán por una medida ipet grande' (Later Ramesside Letters 57, 10).

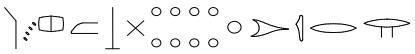
Este texto de la XIX dinastía sugiere la existencia de una medida **ipet** pequeña de la que no tenemos noticia.

Una medida *jpt n pr* ( ) se encuentra en el decreto de **Horemheb** (KRUCHTEN, 1981, pág. 133) y en el **Cuento de Woe** ( ) (CAMINOS, 1977, pág. 59). Su capacidad sería de 50 **hin** o 5 **heqats**.

El divisor más conocido es el **hin** (*hnw*), la décima parte de un **heqat**. Las fracciones de **heqat** inferiores a 1/64 se miden en *ro* ( ), que representa 1/320 de **heqat**, unos 15 mL, la capacidad de una cucharilla. Recordemos que las fracciones correspondientes a los denominadores de las seis primeras potencias de 2 se escriben como partes del ojo **uadjet**, lo que facilita la multiplicación y la división por 2 de las mismas.

En algunos textos del templo de Edfú se encuentra una medida, , con capacidad de 1/3 de **hin** (GRIFFITH F. L., 1892, pág. 435).

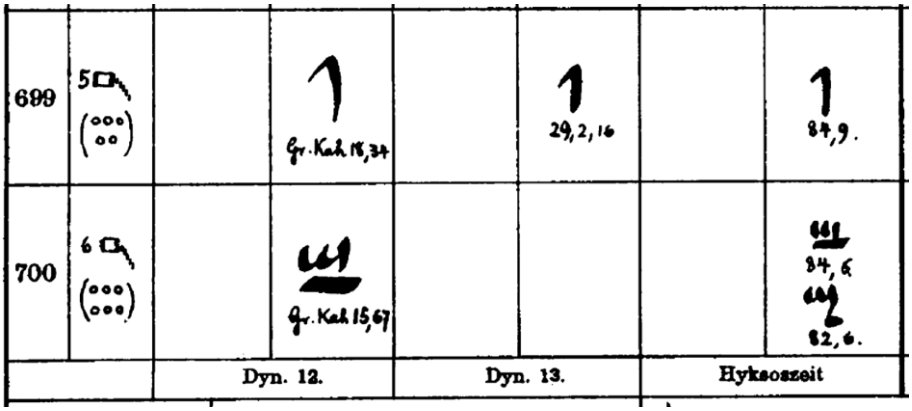
Una decena de **heqat** puede representarse con una sola barra vertical larga. De este modo |significa 10 **heqats** (es posible que provenga de la ligadura de 10 puntos) y no 1 **heqat**. en muchas ocasiones los numerales que se sitúan delante del determinativo adquieren un valor de 100 **heqats** y los números posteriores son fracciones de los 100 **heqats**, a excepción de la barra vertical larga que seguirá marcando 10 **heqats**. Los signos colocados detrás de numerales ordinarios indican fracciones de los mismos. Para valores entre 1-4 ro los cardinales se sitúan encima del signo (*3 r* significa 3 **ro**). Todo esto parece muy complejo, pero con un ejemplo (GARDINER, 1957, pág. 198) procedente del **problema 82** del PMR aclararemos las ideas.

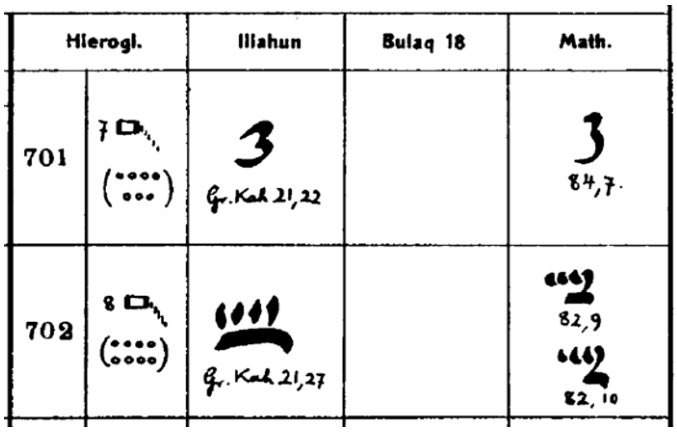


ḥq3t 1/2 1 1/4 8 1/4 1/16 1/64 1-r 2/3

Los valores reales son 1/2 (50 heqats) + 1 (10) + 1/4 (25) + 8 heqats + 1/4 (80 ro) + 1/16 (20 ro) + 1/64 (5 ro) + 1 ro + 2/3, lo que suma 93 heqats y 106 $\frac{2}{3}$ ro.

Existen signos hieráticos especiales que no existen en caracteres jeroglíficos para los valores de 5, 6, 7 y 8 **heqats** (MÖLLER, 1909-1936, pág. 66).





Como unidad de volumen se trabaja con el **codo cúbico** tanto en el PMR como en el PRI, que tiene un divisor, el **palmo cúbico**, que equivale a 1/343 **codos cúbicos** (1/7 por 1/7 por 1/7).

Existe una relación numérica entre las unidades de capacidad y las de volumen, de forma que 20 **heqats**, o sea 1 **khar** se corresponde con 2/3 de un **codo cúbico**, por lo que 1 **heqat** es 1/30 de **codo cúbico**.

Para diferentes líquidos pueden utilizarse otro tipo de medidas que no se encuentran tan estandarizadas como la de los granos. La

cerveza se mide en "jarras" (*ds*), el vino y el incienso en **hebenet** (*hbnt*) y el aceite en **men** (*mn*). Existe otra medida para cerveza con menor capacidad, el **setja** (*st3*) (GARDINER, 1957, pág. 199).

Medidas para el pesaje de metales

La unidad básica para calibrar el peso de los metales es el *deben* (*dbn*), cuyo significado puede ser 'aro, anillo' equivalente en el Reino Nuevo a 91 gramos.

En el papiro Boulaq 18, fechado a finales del Reino Medio, se hace referencia a un **deben grande** y otro **pequeño** sin que conozcamos hasta la fecha sus equivalencias, aunque se ha sugerido que el **deben de oro** se correspondería a la medida de 12-14 gramos, mientras que el **deben de cobre** pesaría 27,3 gramos (COUCHOUD, 2004, pág. 37).

Ilustración 13.Pesa de Herfu (University College 16366).

Se han conservado algunas pesas[22], como la del tesorero Herfu que vivió durante la XIII dinastía, custodiada en el University College de Londres (16366) y la del monarca Khety-Nebkaura que gobernó el país de las Dos Tierras durante el I Periodo Intermedio (X dinastía, 2070 a.C.), de jaspe rojo, con el sello del monarca, procedente del Tell el-Rataba en el delta nilótico, también guardada en el museo Petrie (11782).

Ilustración 14. Pesa con el cartucho del rey Khety-Nebkaura, fechada en la X dinastía y custodiada en el museo Petrie (UC 11782).

Se conocen especímenes fechados en el Reino Antiguo que tie-

nen pesos comprendidos entre 12,88 y 13,95 gramos. También se conservan en el museo de El Cairo pesas que son divisores del **deben**. La pieza 31601con 4,65 g. es 1/3 de **deben**, lo que llevaría a asignar al **deben** un valor de 13,95 g. (4,65 por 3) .La pesa clasificada con el número 31464 es 1/4 de **deben** con un peso de 3,45 g. que llevaría el valor del **deben** a 13, 8 g. (3,45 por 4). Con un peso de 1,34 g., 1/10 de **deben** se conserva la pieza 31475. Este peso llevaría al **deben** a 13,4 g. (1,34 por 10).

También se conocen pesas múltiplos de **deben**: la 31306 de 2 **debenes**, la 31344 de 3 **debenes**, la 31631 de 5 **debenes**, la 31332 de 16 **debenes** y la 31320 de 40 **debenes** (DECOURDEMANCH, 1913, págs. 125-128). En textos ptolemaicos de Edfú se efectúa una equivalencia entre 1 **hin** de vino o de agua con un peso de 5 debenes y 1 **hin** de miel con 7 1/2 debenes (GRIFFITH F. L., 1892, pág. 441).

Un divisor ampliamente utilizado era el **qedet** (*qdt*), la décima parte de un **deben**, ⲕⲓⲧⲉ en copto. Esta medida también fue usada para pesar el incienso y otro tipo de fármacos.

Un ejemplo ilustrativo de las medidas de peso la encontramos en un texto del Reino Nuevo (XVIII) dinastía que valora los debenes de plata.

ḥḏ dbn ḥfn ḫ3 200 14 qdt 9 1/2 1/4

101.214 debenes 9 qedet 1/2 1/4 de plata (Urk IV 637,15).

Otra unidad referida a los metales que aparece en el problema 62 del PMR es el **shaty** (*šʿty*) con equivalencias variables dependiendo del metal al que hace referencia con equivalencias variables dependiendo del metal al que hace referencia.

En la quinta línea de la primera columna de la placa 3 del papiro de Boulaq 11 se da una equivalencia de 5 piezas de plata por 3 piezas de oro (GRIFFITH F. L., 1892, pág. 439), mientras que en periodo hikso, fecha de grabado del PMR, la proporción sería de 2:1.

Aunque hasta la estatera de Nectanebo (XXX dinastía) no existió una moneda formal en Egipto, en el Reino Nuevo se conoce que piezas de cobre servían como objeto de intercambio. Así en un papiro fechado en la XX dinastía se sabe que un toro equivalía a 119 debe-

nes de cobre, mientras que un asno solamente a 40. Además en la XXII dinastía 10 aruras de tierra en Abidos valían 1 deben de plata (GRIFFITH F. L., 1892, pág. 439).

Problema 62 del PMR

Una bolsa contiene cantidades iguales de oro, plata y plomo. Su peso se valora en 84 shatys. ¿Cuál es la cantidad de cada uno de los metales si se tiene en cuenta que el deben de oro se valora en 12 shatys, el de plata en 6 shatys y el de plomo en 3 shatys?.

Es un problema de reparto proporcinal directo. Por consiguiente se suman los valores de los tres metales preciosos obteniéndose 21 (12 + 6 +3 = 21). Luego se dividn los **shatys** de la bolsa entre los 21 obtenidos para calcular la razón de proporcionalidad, lo que pide el problema

1	**21**
2	42
4	**84**

... resultando 4. Para comprobarlo basta con multiplicar 4 por la valoración de cada uno de los metales y sumar el resultado.

4 por 12	48
4 por 6	24
4 por 3	12
	84

La tablilla de madera de Akhmîm

En este documento se han inscrito 5 equivalencias de fracciones de "numerador" unitario 1/n con "denominadores" 3, 7, 10, 11 y 13, tomando como número base m = 64, la fracción más pequeña de *heqat* oculta en el ojo de Horus, por lo que se piensa que se utilizó para el cálculo de fracciones de **heqat**.

El método propuesto se basa en la propiedad de las divisiones que **dice el dividendo partido por el divisor es igual al cociente más el resto partido por el divisor**.

$$\frac{64}{n} = Q + \frac{R}{n}$$

Derivándose de ella la transformación que usa el escriba tras dividir ambos miembros de la ecuación por 64.

$$\frac{1}{n} = \frac{Q}{64} + \frac{R}{64n}$$

Estudiemos el documento.

1. Cuando n = 3, Q = 21 (cociente de 64 dividido entre 3) y R = 1 (el resto de la división anterior). Aplicando la fórmula se obtiene

$$\frac{1}{3} = \frac{21}{64} + \frac{1}{64x3}$$

Buscamos una serie equivalente a la primera fracción descomponiendo el numerador en la suma de los divisores menores del denominador que totalicen el numerador, proceso que el escriba realizaría dividiendo.

$$\frac{21}{64} = \frac{(16+4+1)}{64} = \frac{16}{64} + \frac{4}{64} + \frac{1}{64} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}$$

1	**64**
1/2	32
1/4	16
1/8	8
1/16	4
1/32	2
1/64	1
1/4 1/16 1/64	**21**

La segunda fracción se transforma en ro siguiendo la equivalencia de que 1 **heqat** = 320 ro, multiplicando el "numerador" y "denominador" por 5.

$$\frac{1}{64x3} = \frac{5}{64x3x5} = \frac{5}{3x320}\ heqat = \frac{5}{3}ro = 1 + \frac{2}{3}ro$$

De esta manera 1/3 de *heqat* se convierte en $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}$ heqat y $1 + \frac{2}{3}ro$.

2. Cuando n = 7, Q = 9 (cociente de 64 dividido entre 7) y R = 1 (el resto de la división anterior). Aplicando la fórmula se obtiene

$$\frac{1}{7} = \frac{9}{64} + \frac{1}{64x7}$$

Siguiendo el procedimiento anterior

$$\frac{9}{64} = \frac{(8+1)}{64} = \frac{8}{64} + \frac{1}{64} = \frac{1}{8} + \frac{1}{64}heqat$$

1 **64**

1/2	32
1/4	16
1/8	8
1/16	4
1/32	2
1/64	1
1/8 1/64	**9**

$$\frac{1}{64x7} = \frac{5}{64x7x5} = \frac{5}{7x320} heqat = \frac{5}{7} ro$$

... que tenemos que convertir en la suma de una serie de fracciones de "numerador" unitario, utilizando como número auxiliar m = 2, operación que el escriba realiza dividiendo.

$$\frac{5}{7} = \frac{5}{2} x \frac{2}{7} = \frac{10}{14}$$

Buscando las equivalencias correspondientes en el numerador

$$\frac{10}{14} = \frac{(7+2+1)}{14} = \frac{7}{14} + \frac{2}{14} + \frac{1}{14} = \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} ro$$

... o dividiendo

1	**14**
2	7
7	2
14	1
1/7 1/14	**10**

Por lo que 1/7 de **heqat** se convierte en $\frac{1}{8} + \frac{1}{64}$ **heqat** y $\frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} ro$.

3. Cuando n = 10, Q = 6 (cociente de 64 dividido entre 10) y R = 4 (el resto de la división anterior). Aplicando la fórmula se obtiene

$$\frac{1}{10} = \frac{6}{64} + \frac{4}{64x10}$$

Siguiendo el procedimiento anterior

$$\frac{6}{64} = \frac{(4+2)}{64} = \frac{4}{64} + \frac{2}{64} = \frac{1}{16} + \frac{1}{32} heqat$$

1	**64**
1/2	32
1/4	16
1/8	8
1/16	4
1/32	2
1/64	1

1/16 1/32 **6**

$$\frac{4}{64x10} = \frac{4x5}{64x10x5} = \frac{20}{10x320} heqat = 2\,ro$$

De esta forma 1/10 de **heqat** es $\frac{1}{16} + \frac{1}{32} heqat$ y $2\,ro$. Como un **hin** es 1/10 de **heqat** el valor obtenido se corresponde con él.

4. Cuando n = 11, Q = 5 (cociente de 64 dividido entre 11) y R = 9 (el resto de la división anterior). Aplicando la fórmula se obtiene

$$\frac{1}{11} = \frac{5}{64} + \frac{9}{64x11}$$

Siguiendo el procedimiento anterior.

$$\frac{5}{64} = \frac{(4+1)}{64} = \frac{4}{64} + \frac{1}{64} = \frac{1}{16} + \frac{1}{64} heqat$$

1	**64**
1/2	32
1/4	16
1/8	8
1/16	4
1/32	2
1/64	1
1/16 1/64	**5**

$$\frac{9}{64x11} = \frac{9x5}{64x11x5} = \frac{45}{11x320} heqat = \frac{45}{11}\,ro = 4 + \frac{1}{11}\,ro$$

Concretando 1/11 de *heqat* se convierte en $\frac{1}{16} + \frac{1}{64} heqat$ y $4 + \frac{1}{11}\,ro$.

5. Cuando n = 13, Q = 4 (cociente de 64 dividido entre 13) y R = 12 (el resto de la división anterior). Aplicando la fórmula se obtiene

$$\frac{1}{13} = \frac{4}{64} + \frac{12}{64x13}$$

Siguiendo el procedimiento anterior

$$\frac{4}{64} = \frac{1}{16}\,heqat$$

$$\frac{12}{64x13} = \frac{12x5}{64x13x5} = \frac{60}{13x320}\,heqat = \frac{60}{13}\,ro = 4 + \frac{8}{13}\,ro$$

... que convertimos utilizando el auxiliar m = 2

$$\frac{8}{13} = \frac{8}{2}x\frac{2}{13} = \frac{16}{26} = \frac{(13+2+1)}{26} = \frac{13}{26} + \frac{2}{26} + \frac{1}{26} = \frac{1}{2} + \frac{1}{13} + \frac{1}{26}\,ro$$

... o dividiendo

1	**13**
2	6 1/2
13	1
26	1/2
1/2 1/13 1/26	**8**

Por lo que 1/13 de *heqat* es $\frac{1}{16}$ *heqat* y $4+\frac{1}{2}+\frac{1}{13}+\frac{1}{26}$ *ro*.

La conversión de los **heqats** en **hin** y **ro** es muy utilizada en los papiros médicos como medidas para la fabricación de fármacos.

Un método similar es aplicado en los problemas 47 y 83 del PMR.

Problemas de reparto de heqats y setjat

Muchos son los ejercicios que se muestran en el PMR relativos al cálculo de **heqats**, cómo dividir el grano en fracciones o cómo calcular los **heqats** correspondientes a un día del año.

Problema 47 del PMR

Calcular la división de 100 heqats ya sea en un granero de base rectangular o circular en décimas partes.

En realidad es una tabla para calcular la cantidad de grano que existe en un almacén en el que caben 100 cuádruples **heqat** si se llena parcialmente con diferentes porcentajes.

1	**100**
1/10	10
1/20	5
1/30	3 1/4 1/16 1/64 *heqat* 1 2/3 ro
1/40	2 1/2
1/50	2
1/60	1 1/2 1/8 1/32 *heqat* 3 1/3 ro
1/70	1 1/4 1/8 1/32 1/64 *heqat* 2 1/14 1/21 ro
1/80	1 1/4
1/90	1 1/16 1/32 1/64 *heqat* 1/2 1/8 ro
1/100	1

Algunas fracciones necesitan explicación. Comenzamos con 1/30 de 100, o su equivalente 10/3.

1	**3**
3	9
1/2	1 1/2

1/4	1/2 1/4
1/8	1/4 1/8
1/16	1/8 1/16
1/32	1/16 1/32
1/64	1/32 1/64
3 1/4 1/16 1/64	9 1/2 1/4 1/8 1/16 1/32 1/64

Veamos lo que falta a la celda verde para llegar a 10. Para ello transformamos los *heqats* en ro, sabiendo que 1 **heqat** son 320 ro.

1	**320**
1/2	160
1/4	80
1/8	40
1/16	20
1/32	10
1/64	5
1/2 1/4 1/8 1/16 1/32 1/64	**315**

Faltarían 5 ro, que tenemos que dividir entre 3 para completar la división propuesta (5/3 = 1 2/3).

Expliquemos la fracción 1/60 a partir de la fracción 1/30, dividiéndola por 2. Al tener que dar los resultados en fracciones del ojo del ojo de Horus, la mitad de 1/64 sería 1/128, lo que se correspondería con 5/2 ro (2 1/2). Valor al que tenemos que sumar la mitad de los valores de ro de la fracción 1 2/3.

$$2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=3+\frac{1}{3}$$

Seguimos con la fracción 1/70, dividiendo 10 entre 7.

1	**7**
1/2	3 1/2
1/4	1 1/2 1/4
1/8	1/2 1/4 1/8
1/16	1/4 1/8 1/16
1/32	1/8 1/16 1/32
1/64	1/16 1/32 1/64
1 1/4 1/8 1/32 1/64	9 1/2 1/4 1/8 1/16 1/64

Veamos lo que falta a la celda verde para llegar a 10. Para ello transformamos los **heqats** en ro, sabiendo que 1 **heqat** son 320 **ro**.

1	**320**
1/2	160
1/4	80
1/8	40
1/16	20
1/32	10
1/64	5

1/2 1/4 1/8 1/16 1/64 305

Faltarían 15 **ro**, que tenemos que dividir entre 7 para completar la división propuesta (15/7 = 2 1/7), que el matemático escribe como 2 1/14 1/21 1/42 sin que sepamos el motivo.

Por último explicaremos la fracción 1/90 dividiendo 10 entre 9.

1	**9**
1/2	4 1/2
1/4	2 1/4
1/8	1 1/8
1/16	1/2 1/16
1/32	1/4 1/32
1/64	1/8 1/64
1 1/16 1/32 1/64	9 1/2 1/4 1/8 1/16 1/32 1/64

Faltarían 5 ro, ya que el resultado es el mismo que obtuvimos en la fracción 1/30. Ahora dividimos entre 9 para completar la división propuesta (5/9 = 10/18 = 1/2 1/18). Valor que calculamos tomando como número base m = 18.

1	**18**
1/2	9
1/18	1
1/2 1/18	**10**

La grafía utilizada para el **cuádruple heqat** es (COUCHOUD, 2004, pág. 41) o (CLAGETT, 1999, pág. placa 69).

En el problema 66 del PMR encontramos un ejercicio para calcular los *heqats* de grasa que deben corresponderse para cada día del año.

Problema 66 del PMR

Si te dan 10 heqats de grano para un año ¿Qué cantidad corresponde para cada día?

Es problema es sencillo. Basta con dividir la cantidad de grano, 10 **heqats**, entre 365 días[23].

Lo primero que hace el matemático egipcio es la conversión de los **heqats** en **ro**, su divisor más pequeño (1/320 de **heqat**). 10 **heqats** de grano se corresponden con 3.200 **ro**. Luego efectúa la división de los 3.200 **ro** entre los 365 días del año civil egipcio[24], realizando las

duplicaciones necesarias y utilizando dos de los factores más frecuentes: 2/3 y 1/10.

1	**365**
2	730
4	1460
8	2920
2/3	243 1/3
1/10	36 1/2
8 2/3 1/10	**3199 1/2 1/3**

Suma los tres últimos resultados (2.920 + 243 1/3 + 36 1/2 = 3199 1/2 1/3). El valor no llega a 3200, falta 1/6. Para calcularlo utiliaz las líneas de los factores 4 y 6 aplicando posteriormente el método de los **inversos cruzados**.

1	**365**
2	730
4	1460
8	2920
2/3	243 1/3
1/10	36 1/2
6	2190
1/2190	1/6
8 2/3 1/10 1/1290	**3200**

La utilidad práctica de estos resultados es mínima. En la vida diaria, cuando las matemáticas son aplicadas a labores agrícolas o de construcción se aplica el **redondeo**, como parece deducirse en el PRI.

Dentro de este grupo incluiremos unos ejercicios en los que se reparte una cantidad fija de terreno entre varios campos, con la peculiaridad de utilizar las fracciones del ojo de Horus y el resto en **tiras de codo cuadrado** (*mḥ*), que, como sabemos, son rectángulos que tienen 100 codos de base y 1 codo de altura.

Problema 54 del PMR

Si el área de 10 campos es de 7 setjat ¿cuánto corresponde a cada campo?

Lógicamente se divide 7 entre 10.

1	**10**
1/2	5
1/5	2
1/2 1/5	**7**

El matemático lo aproxima a fracciones con "denominador"

las primeras potencias de 2. La más próxima por debajo de 1/5 es 1/8. El remanente, la diferencia entre ambos valores es

$$\frac{1}{5}-\frac{1}{8}=\frac{1}{20}+\frac{1}{40}$$

Es posible que para llegar a este resultado el egipcio necesitara un número base m= 40 (el m. c. m.). De esa forma

1	40
5	8
8	5

... por lo que al restar 8 menos 5 se llega al valor 3 /40, o lo que es lo mismo (2 + 1) /40, que expresado en fracciones de numerador unitario es

$$\frac{1}{20}+\frac{1}{40}$$

... este resultado se transforma en **tiras de codo cuadrado** multiplicándopor 100, obteniéndose 5 + 2 1/2 = 7 1/2.

Lo que correponde a cada uno de los 7 campos son1/2 1/8 **setjat** y 7 1/2 **tiras de codo cuadrado**.

Se verifica la validez con la prueba

1	**1/2 1/8 setjat 7 1/2 tiras**
2	1 1/4 1/8 setjat 2 1/2 tiras
4	2 1/2 1/4 setjat 5 tiras
8	5 1/2 setjat 10 tiras
10	**7**

Para el factor 2, 7 1/2 tiras se convierten en 15 tiras, que hay que transformar en fracciones de **setjat** con "denominador" una potencia de 2. Según la tabla

100 tiras	**1 setjat**
50	1/2
25	1/4
12 1/2	**1/8**

... las 15 **tiras** se corresponden con 1/8 de **setjat** y sobran 2 1/2 **tiras**.

Problema 55 del PMR

Si el área de 5 campos es de 3 setjat ¿cuánto corresponde a cada campo?

La metodología seguida en el ejercicio es parecida a la del

problema anterior. Se divide 3 entre 5

1	**5**
1/2	2 1/2
1/10	1/2
1/2 1/10	**3**

... pero en vez de buscar la menor fracción con "denominador" una potencia de 2 que se aproxime a 1/10, calcula directamente el número de **tiras de codo cuadrado** por ser mucho más sencillo multiplicando por 100, obteniendo 10 **tiras de codo cuadrado**.

Cada uno de los 5 campos tiene una superficie de 1/2 **setjat** y 10 **tiras de codo cuadrado**. Se verifica el resultado con la prueba.

1	**1/2 setjat 10 tiras**
2	1 1/8 setjat 7 1/2 tiras
4	2 1/4 1/8 setjat 2 1/2 tiras
5	**3**

El doble de 1/2 **setjat** y 10 **tiras de codo cuadrado** es 1 **setjat** y 20 tiras, pero el escriba lo ajusta a fracciones con "denominador" potencia de 2 considerando que 1/8 de **setjat** son 12 1/2 **tiras de codo cuadrado** quedando como resto 7 1/2 **tiras**. el mismo procedimiento se aplica con el factor 4.

Problemas de conversión de heqats en henu

Dos de los últimos problemas del PMR dan tablas de conversión entre unidades de capacidad, los **heqats** y los **henu**, conociendo que 1 **heqat** son 10 **henu**.

Problema 80 del PMR

Convertir las fracciones del ojo de Horus de heqat a henu.

En realidad es una tabla de factores de conversión.

1 *heqat*	**10 *henu***
1/2	5
1/4	2 1/2
1/8	1 1/4
1/16	1/2 1/8
1/32	1/4 1/16
1/64	1/8 1/32

Problema 81 del PMR

Partiendo de los valores de la tabla del problema anterior el egipcio construye 5 tablas con diversas fracciones del ojo de Horus convertidas en **henu**.

1/2 1/4 1/8 *heqat*	8 1/2 1/4 *henu*	
1/2 1/4 *heqat*	7 1/2 *henu*	
1/2 1/8 1/32 *heqat* 3 1/3 *ro*	6 2/3 *henu*	2/3 *heqat*
1/2 1/8 *heqat*	6 1/4 *henu*	1/2 1/8 *heqat*
1/4 1/8 *heqat*	3 1/2 1/4 *henu*	1/4 1/8 *heqat*
1/4 1/16 1/64 *heqat* 12/3 *ro*	3 1/3 *henu*	1/3 *heqat*
1/4 *heqat*	2 1/2 *henu*	1/4 *heqat*
1/8 1/16 *heqat* 4 ro	2 *henu*	1/5 *heqat*
1/8 1/32 *heqat* 3 1/3 *ro*	1 2/3 *henu*	1/6 *heqat*

La segunda tabla.

1/8 1/16 *heqat* 4 *ro*	2 *henu*	1/5 *heqat*
1/16 1/32 *heqat* 2 *ro*	1 *henu*	1/10 *heqat*
1/32 1/64 *heqat* 1 *ro*	1/2 *henu*	1/20 *heqat*
1/64 *heqat* 3 *ro*	1/4 *henu*	1/40 *heqat*
1/16 *heqat* 1 1/3 *ro*	2/3 *henu*	1/15 *heqat*

La tercera tabla.

1/32 *heqat* 2/3 *ro*	1/3 *henu*	1/30 *heqat*
1/64 *heqat* 1/3 *ro*	1/6 *henu*	1/60 *heqat*
1/2 *heqat*	5 *henu*	1/2 *heqat*
1/4 *heqat*	2 1/2 *henu*	1/4 *heqat*
1/2 1/4 *heqat*	7 1/2 *henu*	1/2 1/4 *heqat*
1/2 1/4 1/8 *heqat*	8 1/21/4 *henu*	1/2 1/4 1/8 *heqat*

La cuarta tabla.

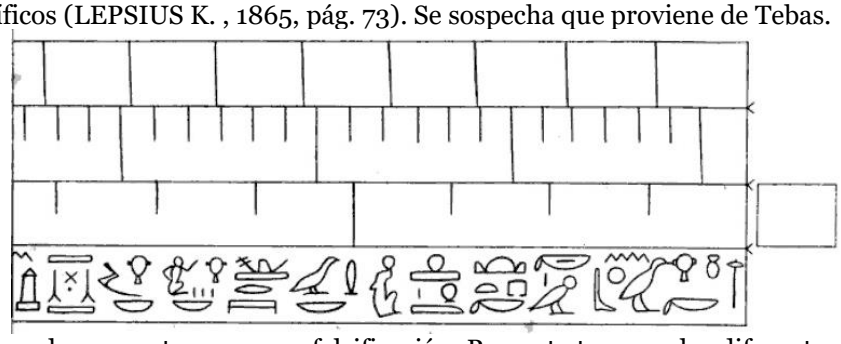
1/2 1/8 *heqat*	6 1/4 *henu*	1/2 1/8 *heqat*
1/4 1/8 *heqat*	3 1/2 1/4 *henu*	1/4 1/8 *heqat*
1/2 1/8 1/32 *heqat* 3 1/3 *ro*	6 2/3 *henu*	2/3 *heqat*
1/4 1/16 1/64 *heqat* 12/3 *ro*	3 1/3 *henu*	1/3 *heqat*
1/8 *heqat*	1 1/4 *henu*	1/8 *heqat*
1/16 *heqat*	1/2 1/8 *henu*	1/16 *heqat*

La quinta tabla.

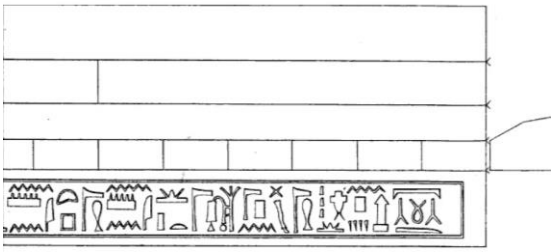
1/32 *heqat*	1/4 1/16 *henu*	1/32 *heqat*
1/64 *heqat*	1/8 1/32 *henu*	1/64 *heqat*

[7] Para algunos autores 52,5 cm (ROBINS, 1987, pág. 13).
[8] Equivalencias entre las medidas de longitud pueden encontrarse en la obra de Lepsius (1865, págs. 43-44).

[9] La fonética de esta medida podría ser *pḏ/pd* ( ) por asimilación de las dentales 't' y 'd' (LEPSIUS K. , 1865, pág. 38) o *šꜥt* (CLAGETT, 1999, pág. 8).
[10] La grafía completa de esta medida se puede ver en los muros de los templos de Edfú y Dendera, así como en una estela del tiempo de Thutmose I en Kum el-Ahmar (GRIFFITH F. L., 1892, pág. 407).
[11] Se ha sugerido un valor mucho menor para el iteru en el texto del faraón hereje que se correspondería con 3.600 codos, algo más de 1,8 Km. (GRIFFITH F. L., Note on Egyptian weights and measures, 1893, pág. 305).
[12] Excede al codo real estándar en 4,7 mm. La longitud media de los palmos es de 7,5514 cm. y la de los dedos 1,872 cm. (fuente http://www.egyptorigins.org/).
[13] En los dedos se han inscrito divisiones que comienzan en 2 y finalizan en 16 comenzando, en contra de lo habitual, por el extremo izquierdo.
[14] No presenta divisiones en palmos. La escala A, correspondiente a la cara biselada, tiene una longitud de 52,360 cm. con un promedio para los 28 dedos de 1,8694 cm. La escala E tiene las mismas marcas numéricas que la escala anterior.
[15] En el museo de **Turín** se conserva otro codo (**6349**) de bronce de sección casi cuadrada (1,4478 por 1,7272 cm.) inscrito en uno de sus lados con jeroglíficos (LEPSIUS K. , 1865, pág. 73). Se sospecha que proviene de Tebas.



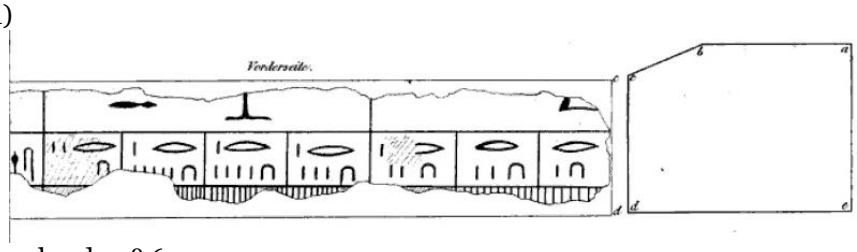
Para algunos autores es una falsificación. Presenta tres escalas diferentes. La escala B, con una longitud útil de 51,427 cm., se divide en 27 partes sin que se muestren los palmos, con un promedio para el dedo de 1,96 mm. La escala C se divide en 12 grandes intervalos con 72 subdivisiones medias y 360 finas, comenzando en el extremo opuesto a la escala B. Esto indica que cada división grande se divide en 6 medianas, que a su ve z se subdividen en 5 pequeñas. Su longitud útil es de 51,115 cm. Los intervalos mayores tienen un tamaño promedio de 4,2596 cm, los medianos de 7,0866 mm, mientras que los menores son de 1,4224 mm.de media. Por último la escala D tendría una longitud de 51,938 cm. con seis palmos (codo común) de longitud media 8,6563 cm., divididos en 4 dedos de 2,1641 cm. de promedio. La presencia de tres escalas distintas sugiere la utilización de tres sistemas de medida en uso en la época de fabricación de la varilla, que podrían corresponder a diferentes regiones geográficas, ya fueran egipcias o de los países limítrofes (fuente http://www.egyptorigins. org/).
Otro de los codos de **Turín** es una barra de basalto negro-verde (LEPSIUS K. , 1865, pág. 73) con inscripciones jeroglíficas en la cara inferior (**6348**) y tres escalas diferentes y una longitud de 52,390 cm. con 24 dedos (codo corto) de 2,1819 cm. de promedio en la escala A.



En la escala llamada D se han inscrito 4 subdivisiones de 13,096 cm. de media, mientras que en la escala E el número de divisiones se reducen a 3 que promediadas dan una longitud de 17,462 cm. La razón de estas últimas podría estar en la división de un codo real en cuatro y tres partes limítrofes (fuente http://www.egyptorigins.org/).

[16] *Die Altäegyptische Elle Und Ihre Eintheilung* (LEPSIUS K. , 1865).

Otros codos mostrados en este trabajo son: el codo nº 5 de Alejandría (pág. 71)



... y el codo nº 6

[17] *Weights and Measures* (PETRIE, 1926). Veamos alguna característica de los codos estudiados.

1. Un codo de madera de de sección cuadrada de 1,905 cm. de lado con una longitud de la escala de 51,968 cm. con una división en 6 palmos (codo corto).

3. (UC 7093) Un codo roto de madera de sección 7,62 por 5,08 mm. sin divisiones de palmos. Procede de el-Fayum y se ha fechado en el Reino Medio tardío.

4. (UC 38111) Una varilla cilíndrica de aproximadamente 1,778 cm. de diámetro, muy irregular en sus divisiones.

6. Una varilla gruesa de 7,874 por 3,9624 cm. biselada con divisiones en 6 palmos (codo corto).
8. (UC 16050) Codo rectangular de madera con una cara biselada, que lleva inscrito el nombre de Tutankhamón y el de su esposa Ankhesensamón (XVIII dinastía). Sus medidas son 2,286 por 1,6002 cm. Procede de el-Fayum.

9. Otra pieza rectangular de 1,524 por 1,905 cm. dividida en 6 palmos (codo corto), con un palmo subdividido en 4 dedos.
10. (UC 36149) Otra pieza rectangular de 1,27 por 2,667 cm. con los palmos tercero, quinto y sexto divididos en dedos, mientras que el cuarto se divide por la mitad. Se piensa en un origen no egipcio.

11. Otra pieza rectangular de 1,524 por 2,159 cm. con seis palmos (codo corto).

12. (UC 27902) Codo rectangular de madera, biselado y roto de 3,175 por 1,524 cm. Fechado en la XVIII dinastía).

[18] Un fragmento de uno de los dos codos custodiados en Nueva York, parece tener los datos de las crecidas del Nilo en diferentes lugares, por lo que sería mejor considerado como un almanaque que como un instrumento de medida (HAYES, 1959).
Otros parecen relacionados con los relojes de agua o de sombra (BORCHARDT L. , 1920, pág. placa 5), como los que se encuentran en el museo de *El Cairo* (1942) o de *Berlín* (7358).
[19] Para una mayor información sobre este ritual consultar Montet, P. "*Le rituel de fondation des temples égyptiennes*" KEMI 17 (1964, págs. 74-100).
[20] El uso del cuádruple heqat parece indicar que los textos serían posteriores al reinado de Amenemhat III, ya que esta medida no se encuentra en la colección de papiros de Kahun (GRIFFITH F. , 1894, pág. 164).
[21] En el calendario del templo funerario de Ramsés III en Medinet Habu parece que se le asigna un valor de 40 hin (GRIFFITH F. L., 1892, pág. 432).
[22] Una lista de las pesas ha sido publicada por Griffith (1892, pág. 442), destacando en ella algunas con cartuchos reales como la del rey Khufu (Keops – IV dinastía) de 13,348 g. y la de Djeserkara (Amenhotep I – XVIII dinastía) de 13,452 g.
[23] Este problema es un dato más que corrobora el conocimiento que los egipcios tenían del año de 365 días.
[24] Este problema es un dato más que corrobora el conocimiento que los egipcios tenían del año de 365 días.